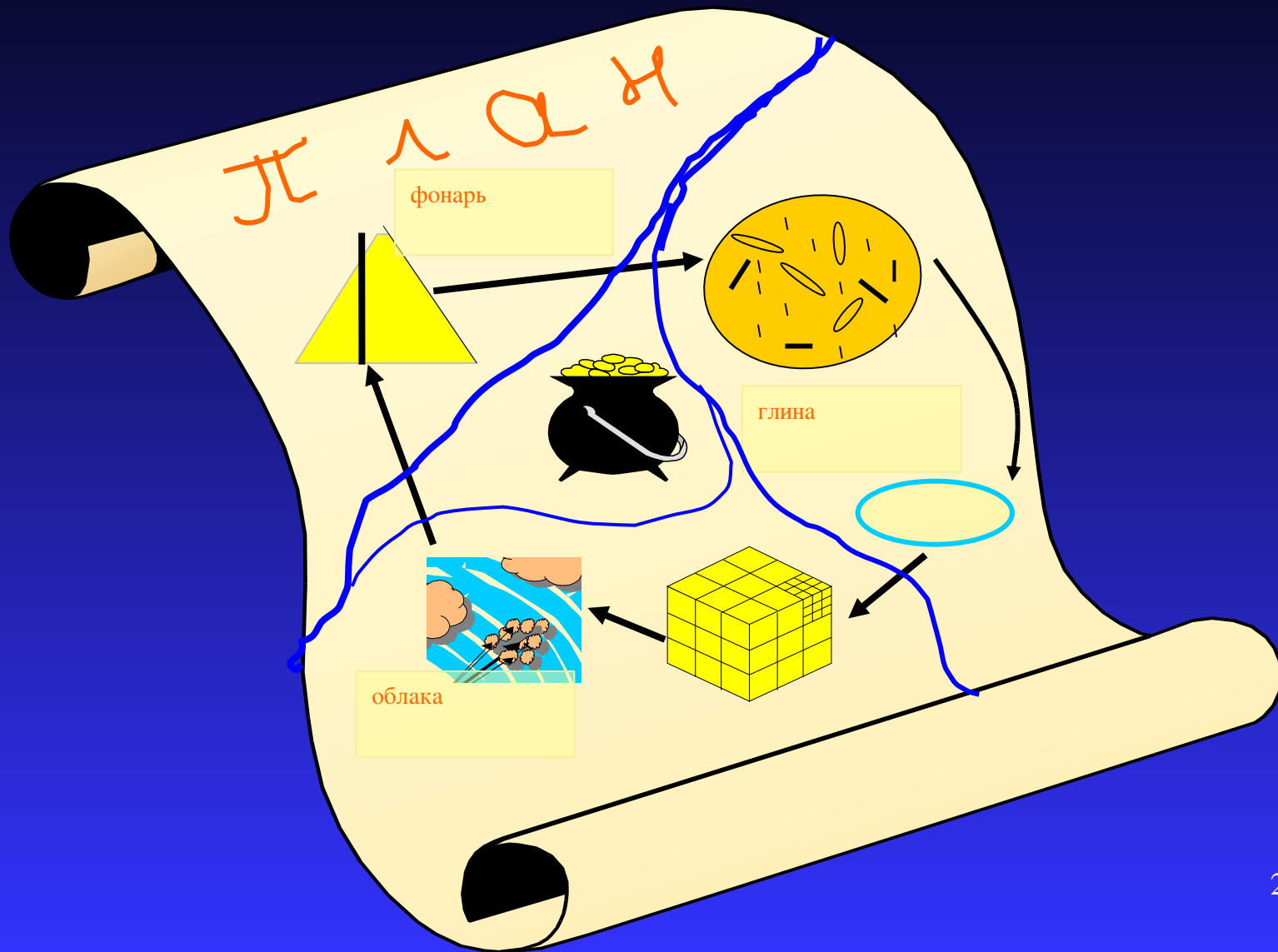


Бейгельзимер Ян Ефимович

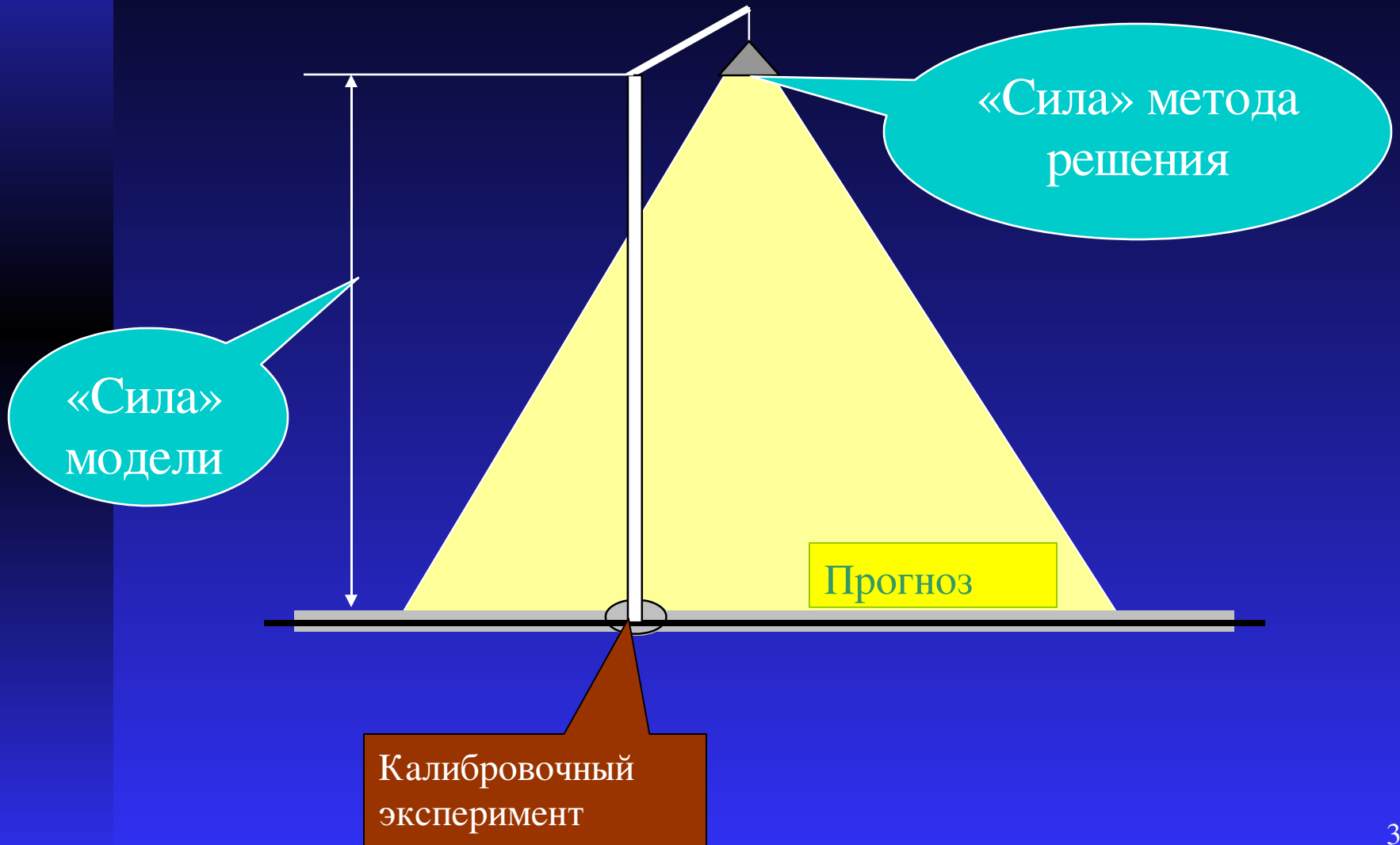
О некоторых новых моделях
в теории ОМД:
от механики континуума к
микромеханике и обратно

*До нецкий физико-технический институт НАН
Украины, До нецк, Украина*

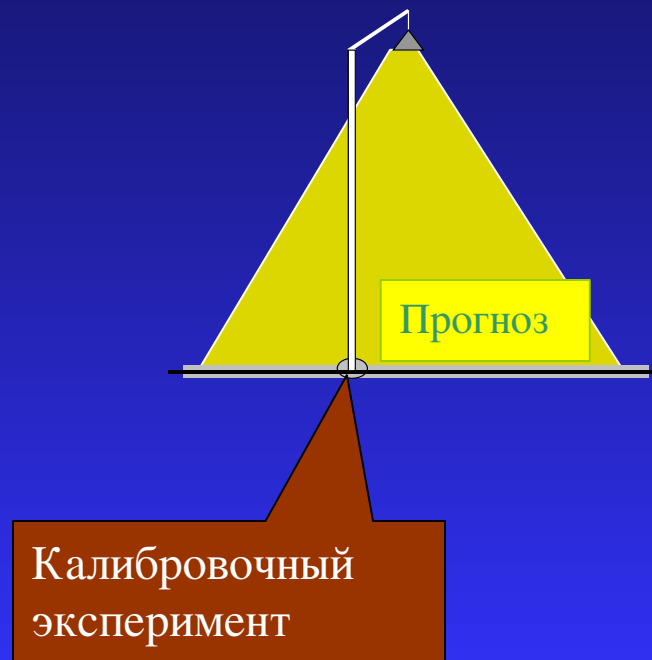
Содержание



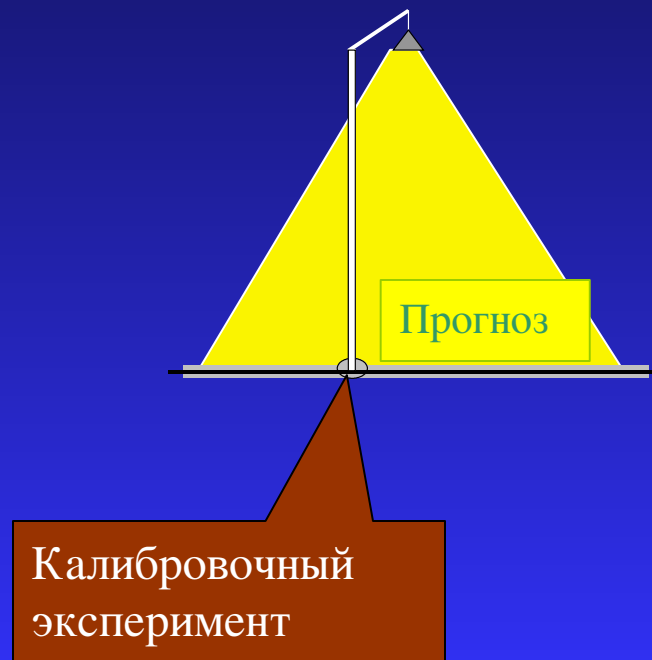
Аналогия



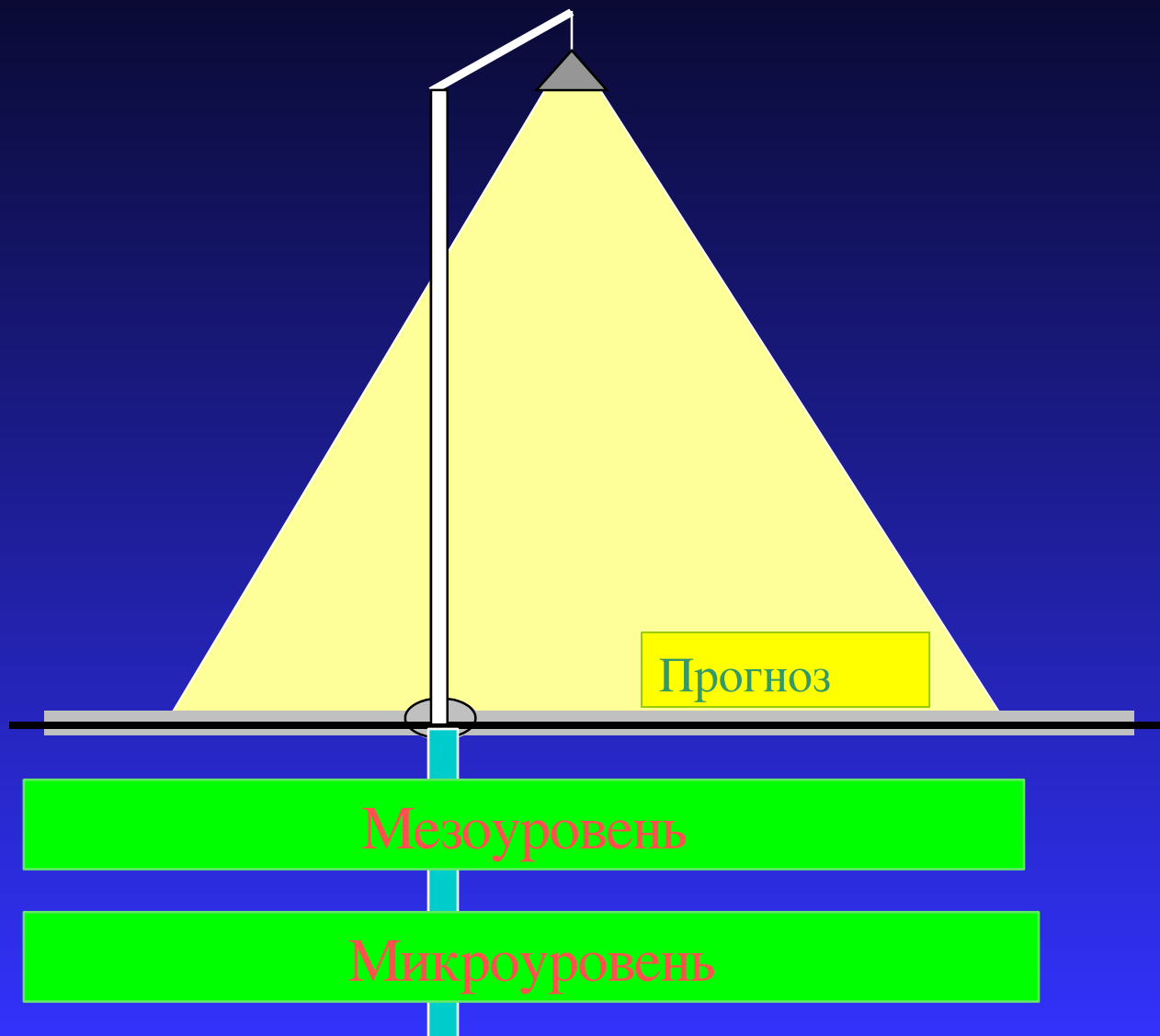
Аналогия



Аналогия



Аналогия



Для прогноза показателей
качества продукции
необходимы модели
деформируемых материалов,
учитывающие их структуру

Взаимозависимость уровней



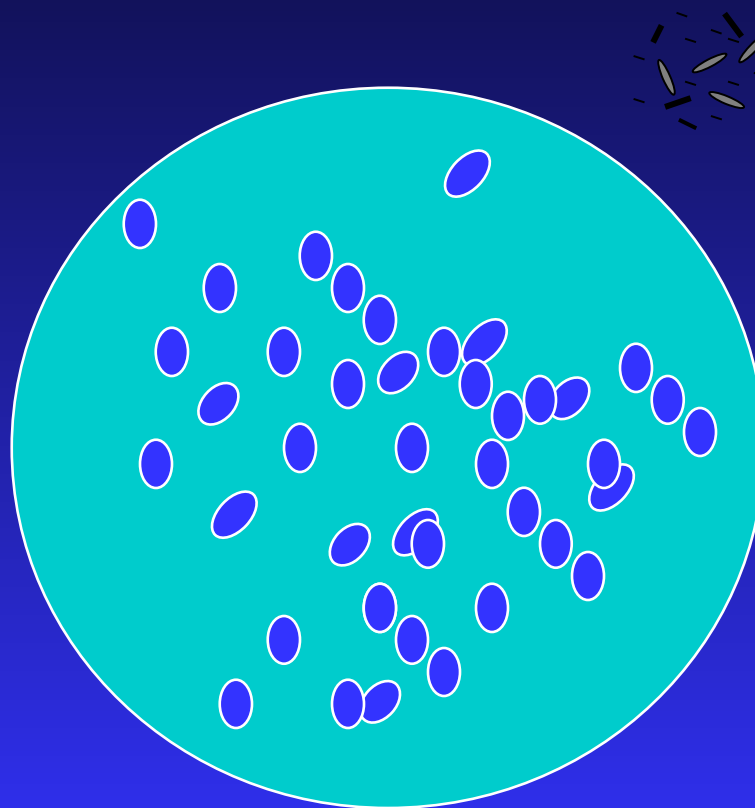
*Континуальная модель
структурно-неоднородного
материала с дефектами типа
микропор: Попытка №1*

Цель-

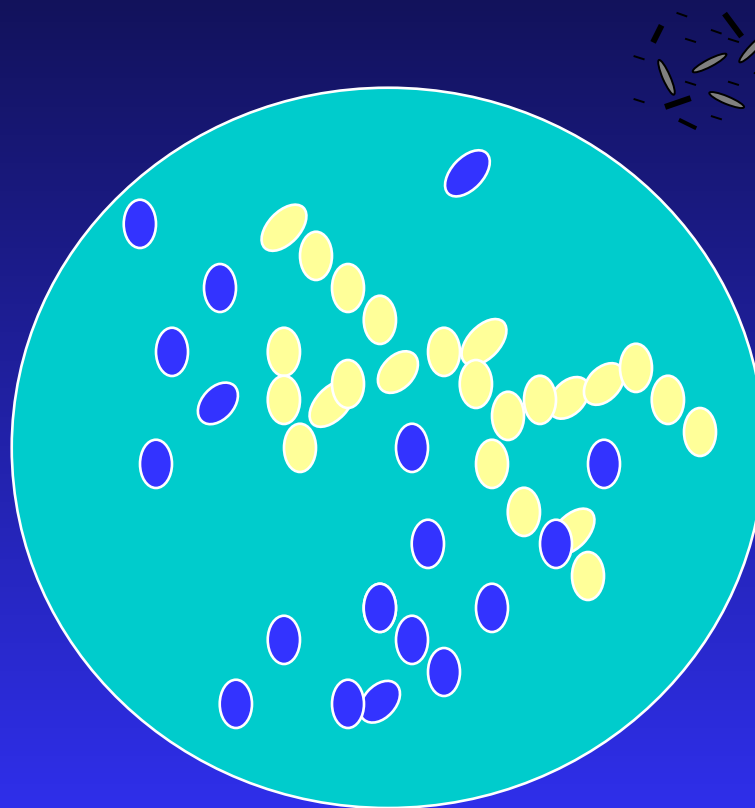
учесть взаимосвязь деформации и разрушения;

описать деформацию пористых и порошковых
материалов с учетом их разрыхления

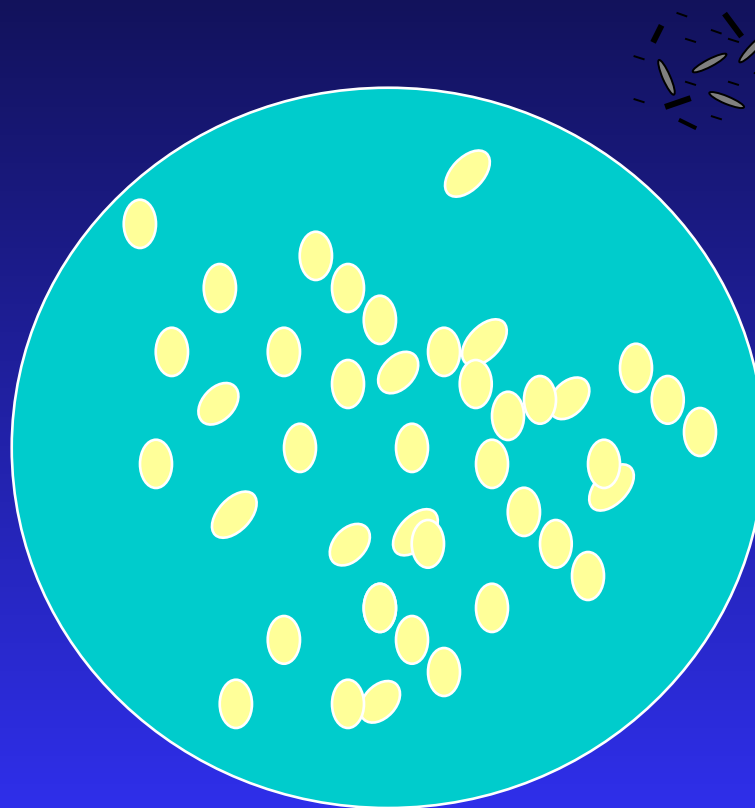
Разрушение на микроуровне



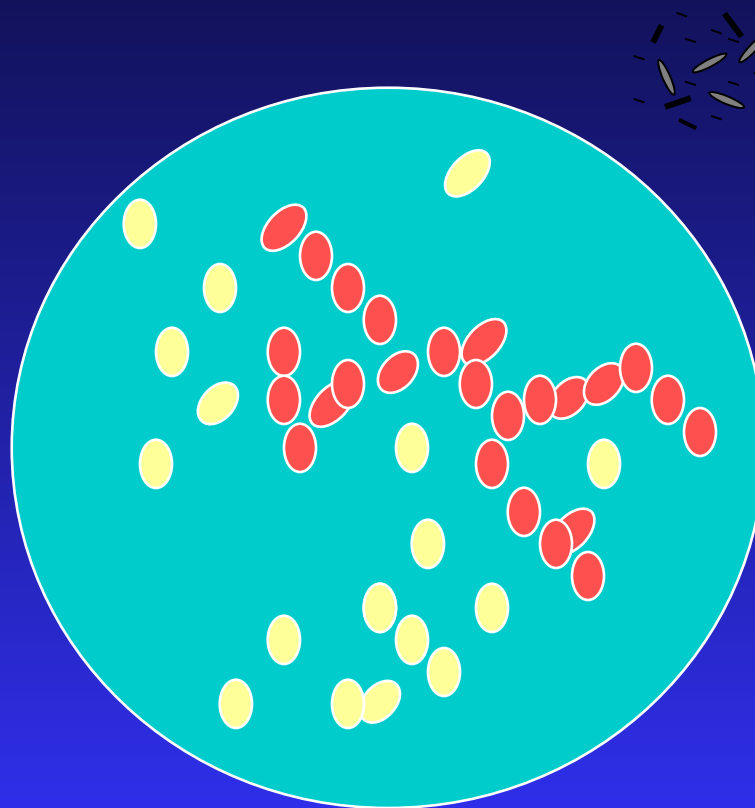
Разрушение на микроуровне



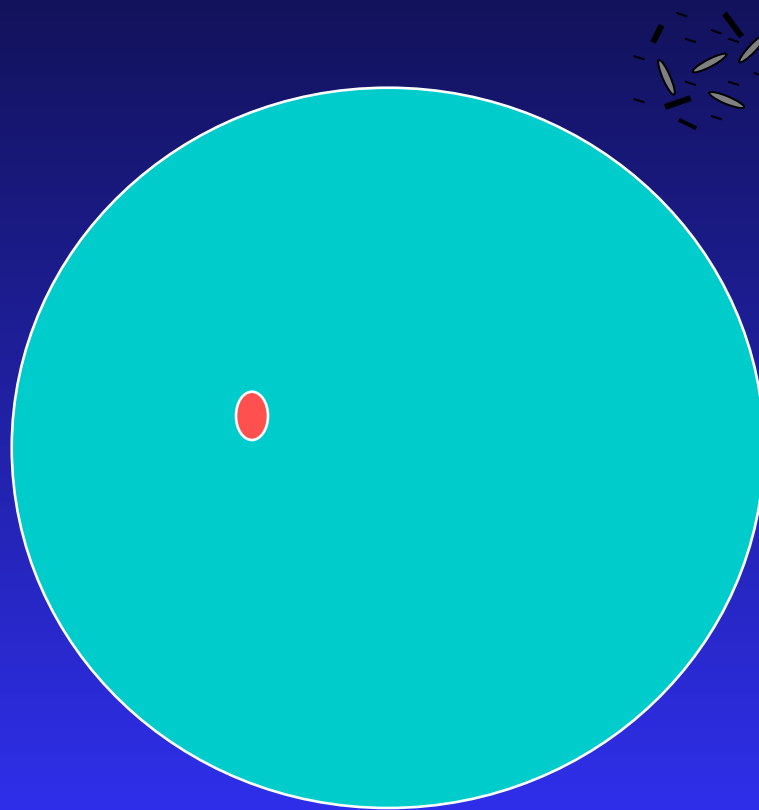
Разрушение на структурном уровне



Разрушение на структурном уровне



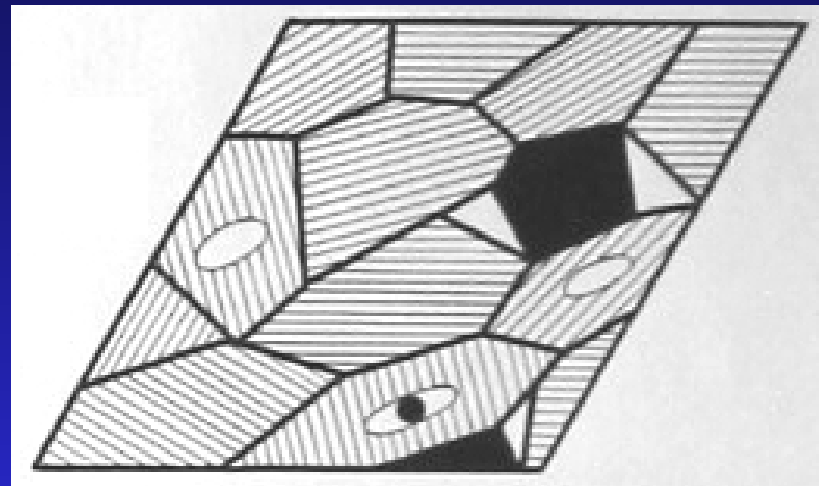
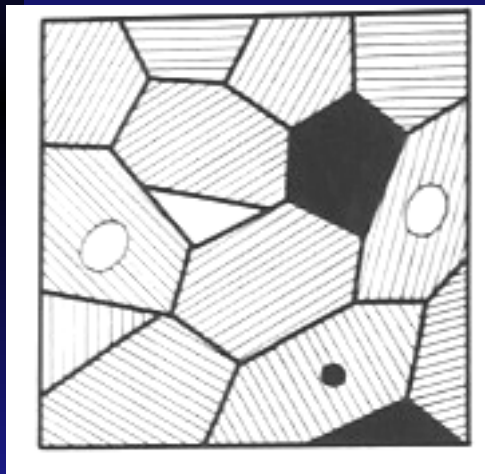
Макроразрушение



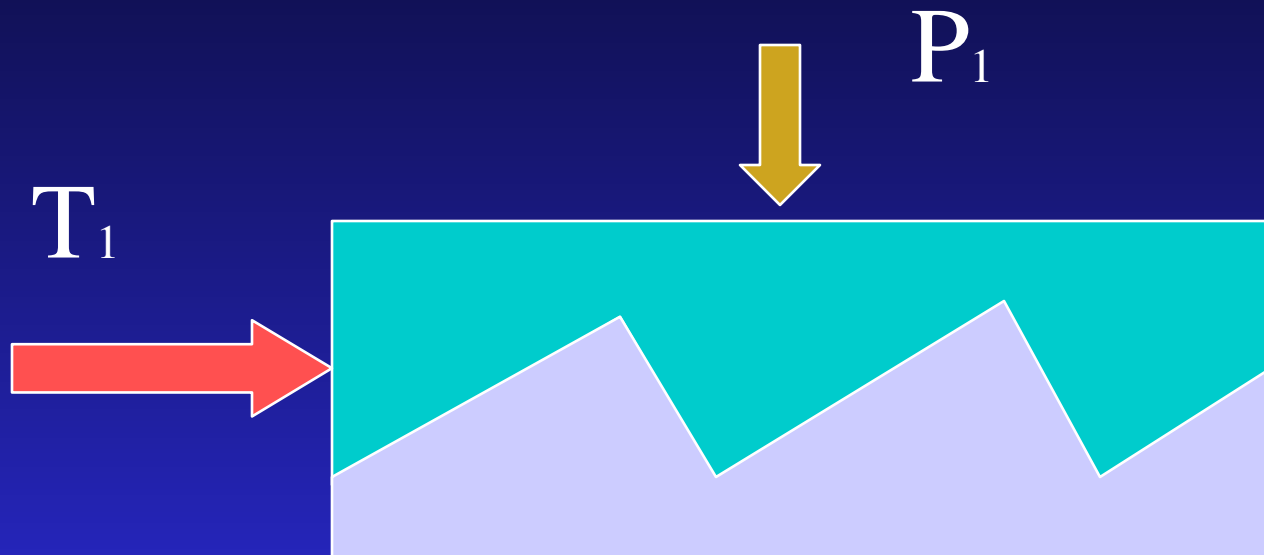
Разрушение

- ❖ Подобие
- ❖ Определяется величиной пористости θ
- ❖ Макроразрушение при $\theta = \theta_{кр}$

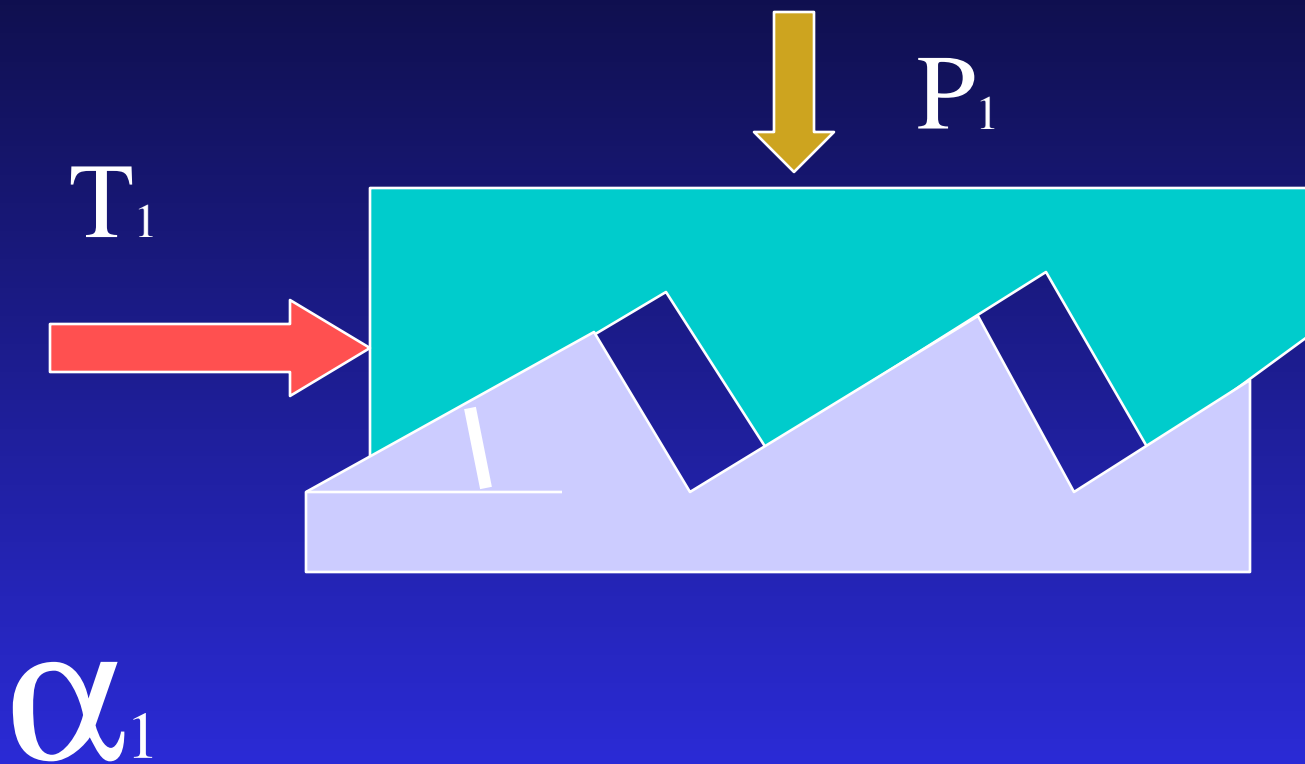
Деформация структурно-неоднородного материала



Мера способности структурных элементов к аккомодации



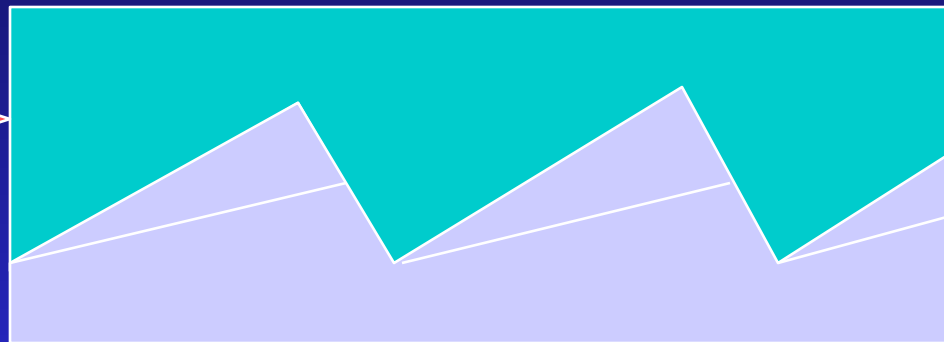
Мера способности структурных элементов к аккомодации



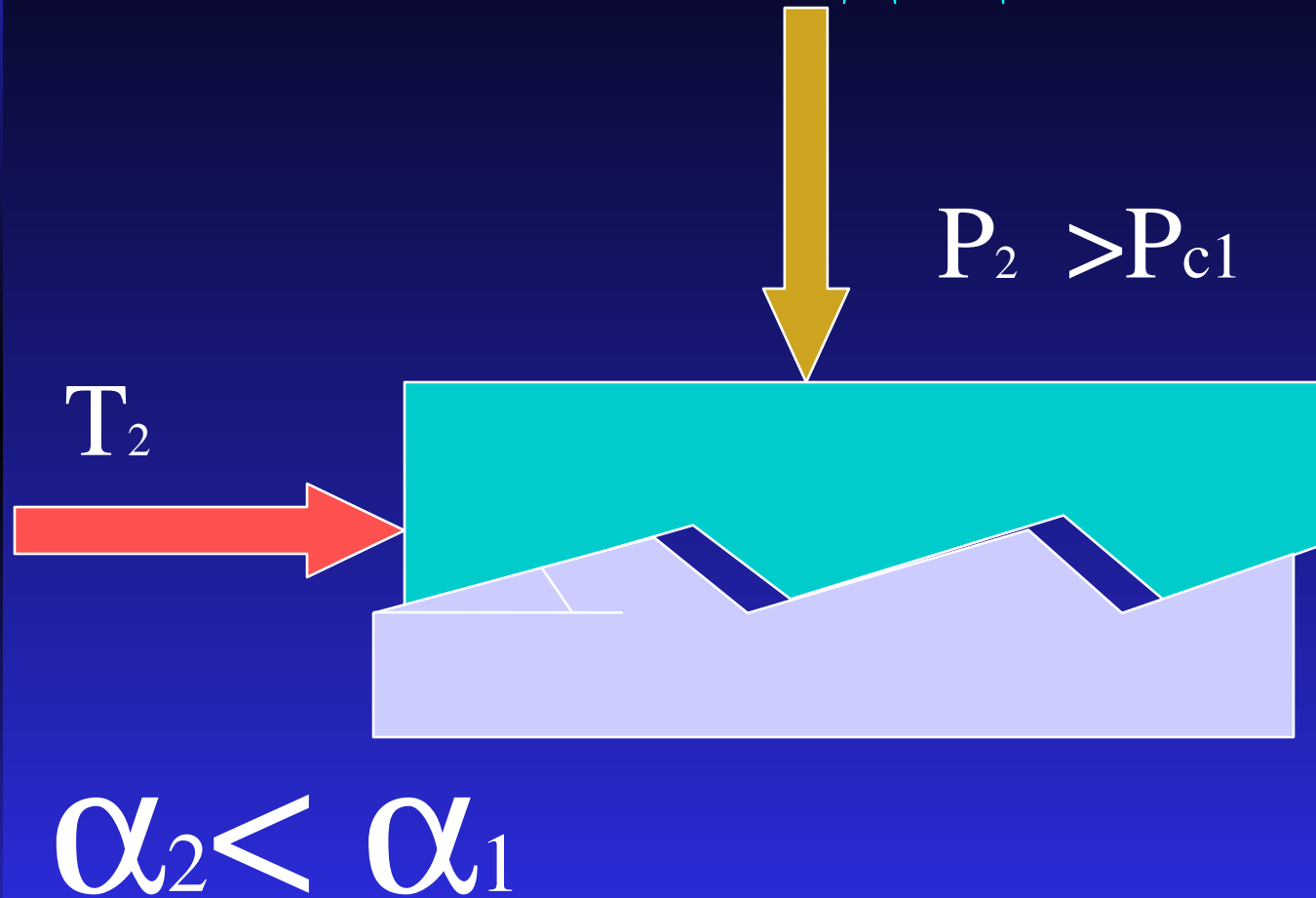
Мера способности структурных элементов к аккомодации

$T_2 - ?$

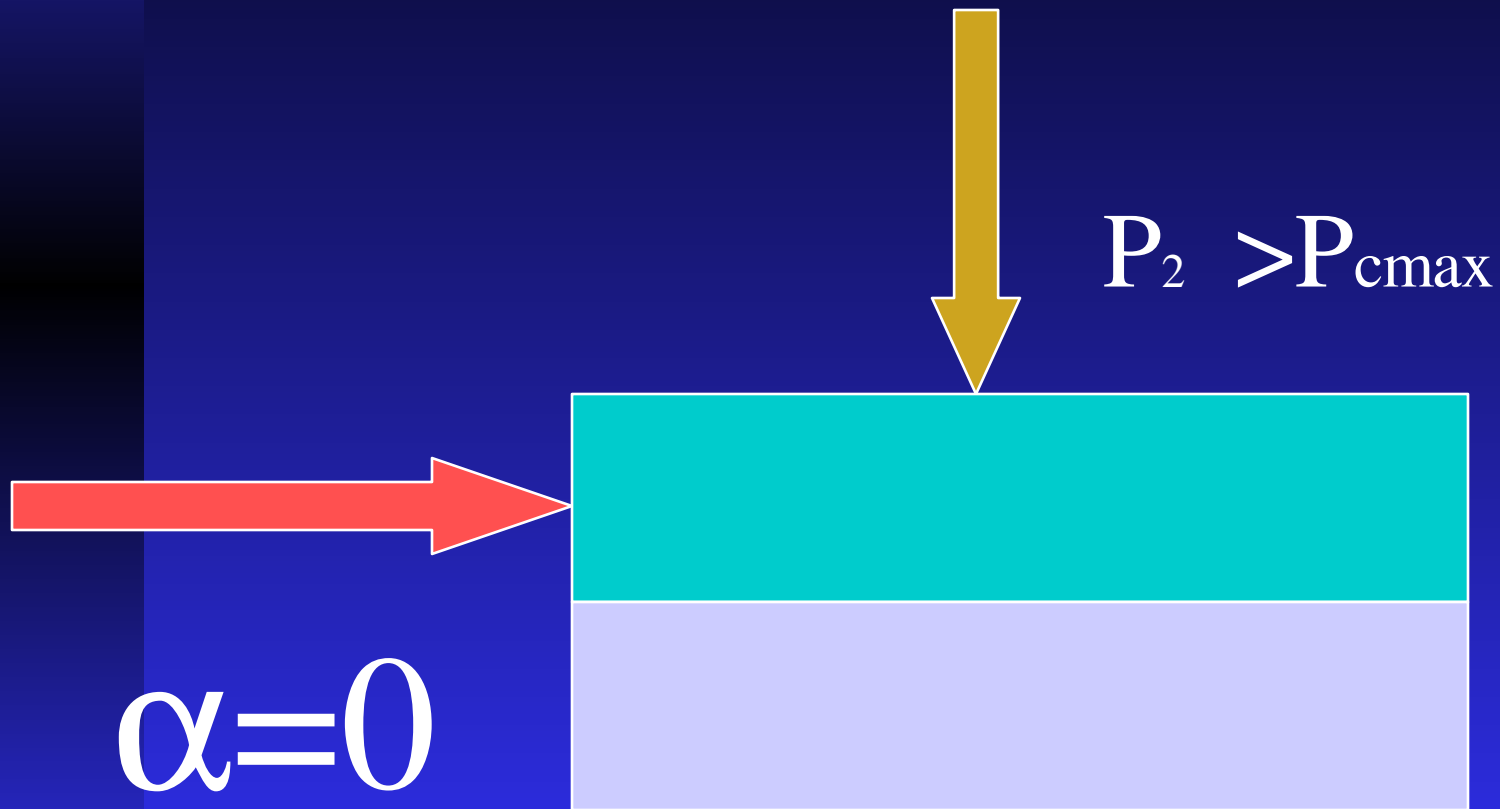
$$P_2 > P_{c1}$$



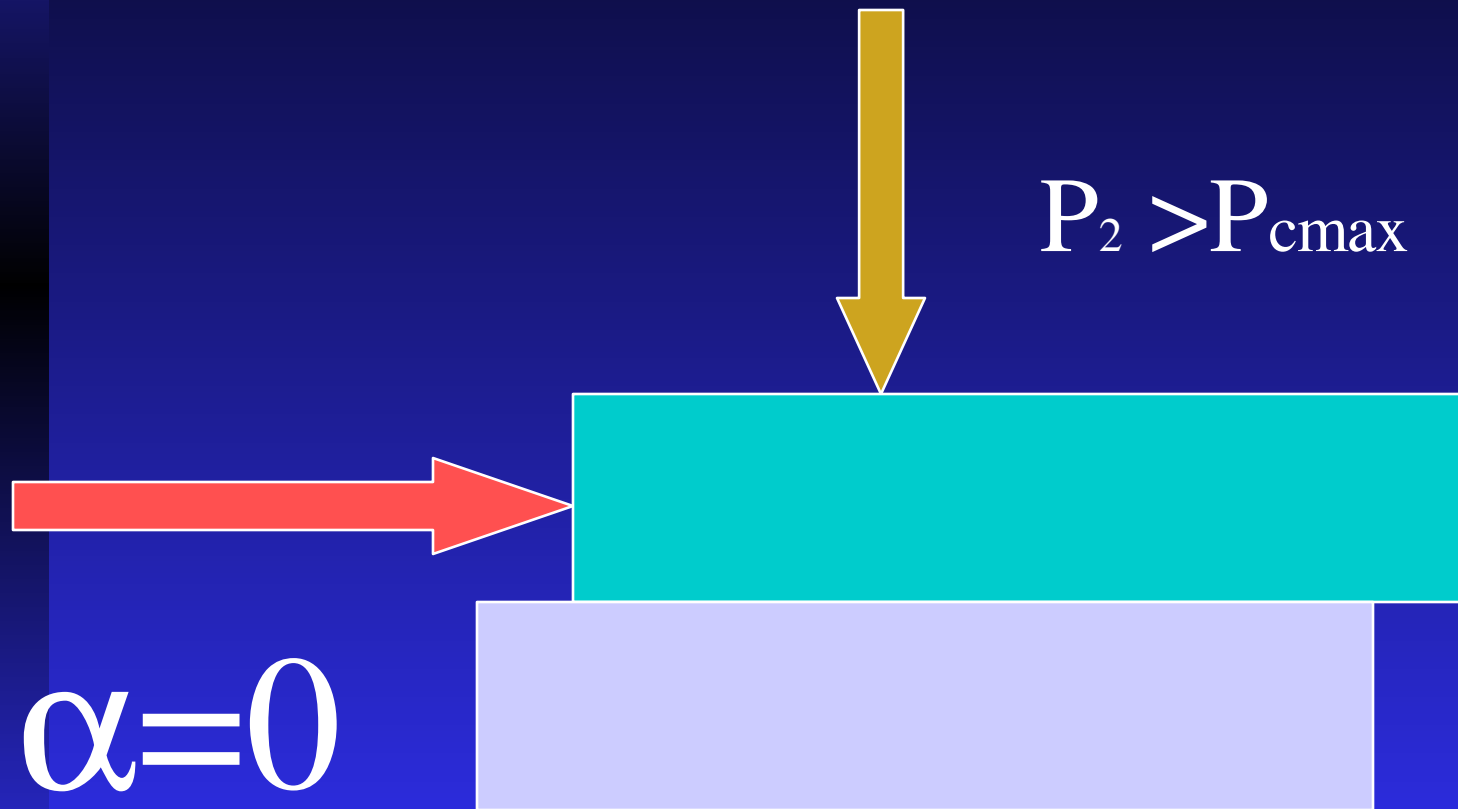
Мера способности структурных элементов к аккомодации



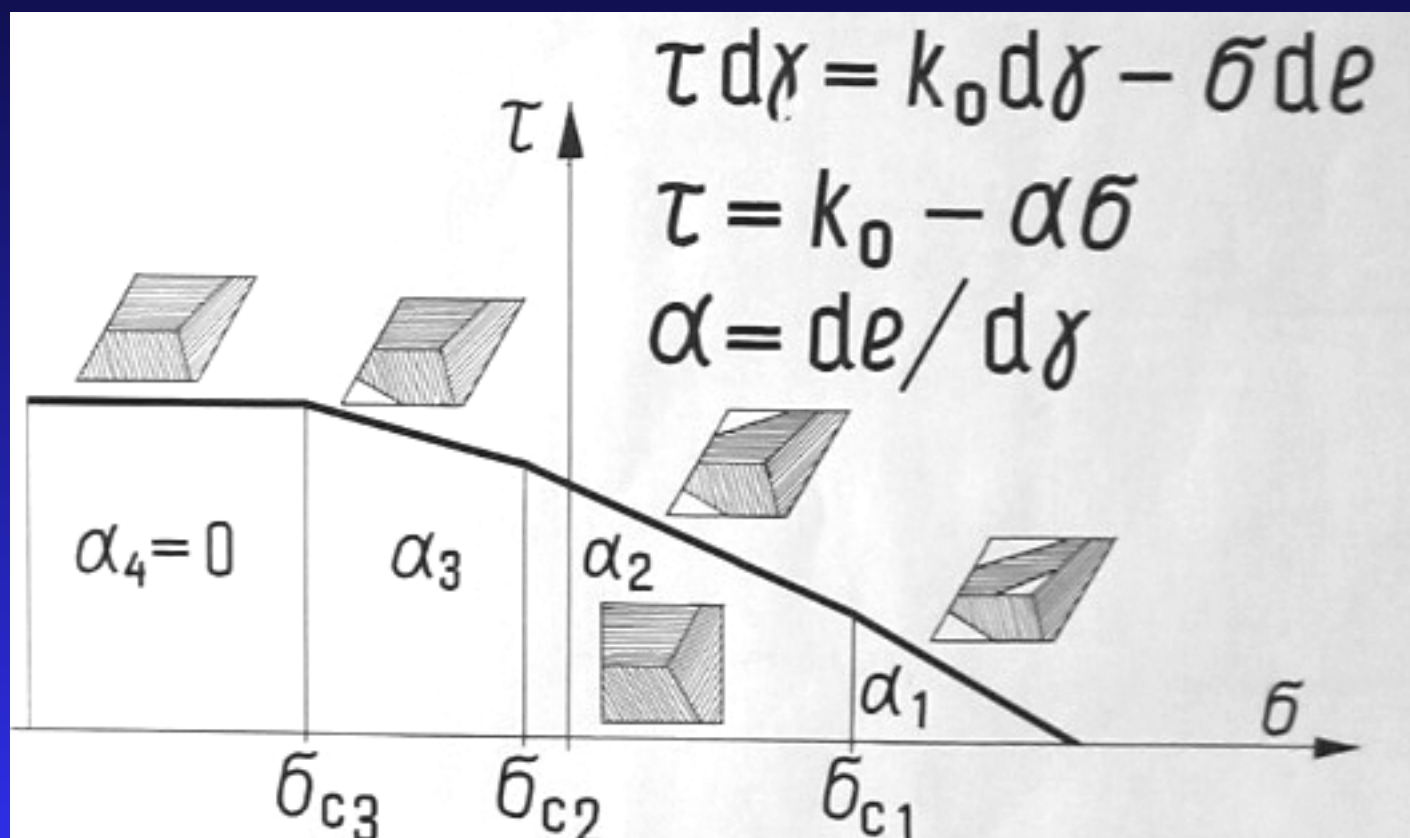
Мера способности структурных элементов к аккомодации



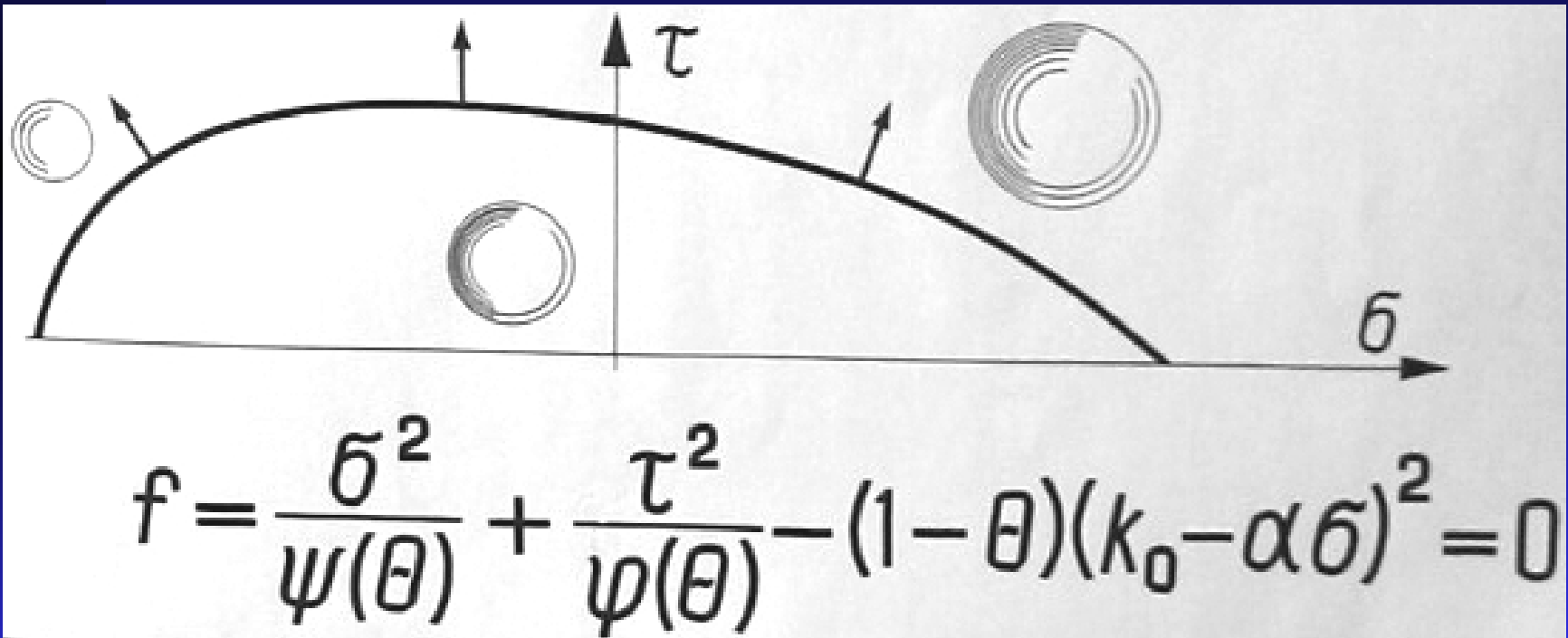
Мера способности структурных элементов к аккомодации



Модель структурно-неоднородного материала



Модель структурно-неоднородного материала



Определяющие соотношения структурно-неоднородного материала

Физические соотношения для структурно неоднородных материалов	Физические соотношения для безструктурных материалов (согласно Мизесу)	Комментарии
$f = \frac{\sigma^2 + \tau^2}{\psi + \phi} - k_0 - \phi^2$	$f = \sigma k_0$	Функция нагружения
$\frac{\sigma^2 + \tau^2}{\psi + \phi} = k_0 - \phi^2$	σk_0	Условие текучести
$\dot{\epsilon} \tau \left(\frac{\sigma}{\psi} + \frac{\tau}{\phi} \right) = \dot{\epsilon} \left(k_0 - \phi \right)$	$\dot{\epsilon} = \theta$	Условие градиентальности
$\dot{\epsilon}_{ij} = \frac{1}{3} \dot{\epsilon} \delta_{ij}$	$i = j$	
$\theta \theta$	--	Критерий микро-разрушения материала
$\frac{d \tau}{d \gamma} = \theta$	--	Критерий неустойчивости материала и локализации деформации

Здесь: $\psi(\theta) = \frac{(1-\theta)^{2n-1}}{6a\theta^n}$, $\phi(\theta) = (1-\theta)^{2n-1}$, θ - пористость, $\sigma = \frac{1}{3} \sigma_{ik} \delta_{ik}$, $\dot{\epsilon} = \dot{\epsilon}_{ik} \delta_{ik}$,

$\tau = \sqrt{\left(\left(\sigma_{ik} - \frac{1}{3} \sigma \delta_{ik} \right) \left(\sigma_{ik} - \frac{1}{3} \sigma \delta_{ik} \right) \right)}$, $\dot{\gamma} = \sqrt{\left(\left(\dot{\epsilon}_{ik} - \frac{1}{3} \dot{\epsilon} \delta_{ik} \right) \left(\dot{\epsilon}_{ik} - \frac{1}{3} \dot{\epsilon} \delta_{ik} \right) \right)}$, k_0, α, a, m, n - внутренние параметры.

Кинетическое уравнение

Если $\theta \ll 1$ и НДС задано

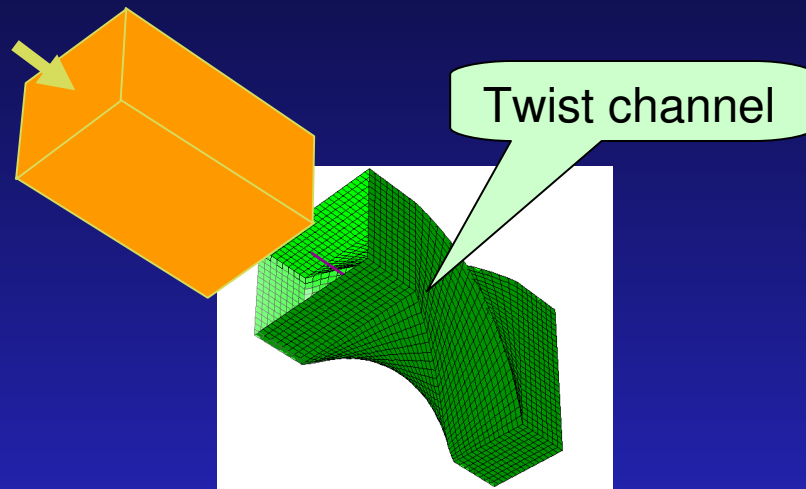
$$\frac{d\Theta}{d\gamma} = \alpha + 6a\Theta \frac{\sigma}{T}$$

«Генератор»
пор

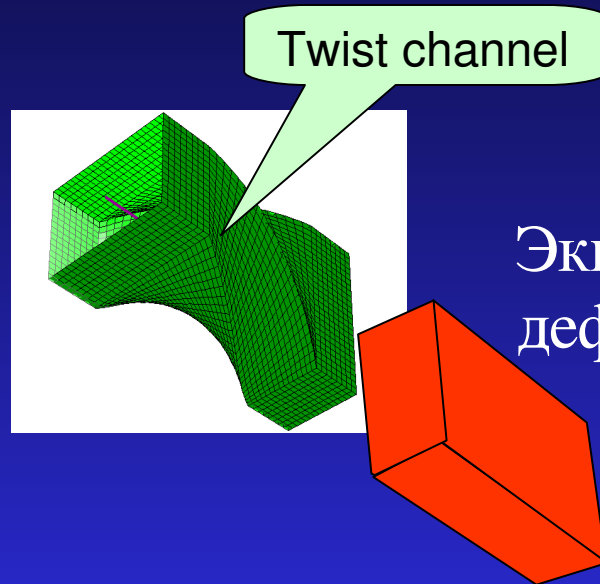
«Залечиватель»
пор

Пример 1:
оценка пластичности металла
при винтовом прессовании

Винтовое прессование: основная идея



Винтовое прессование: основная идея

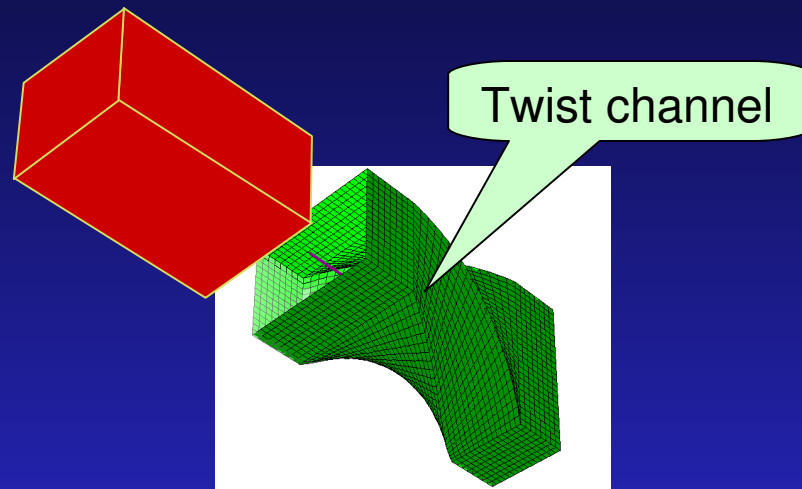


Эквивалентная
деформация порядка 1

Форма и размеры образца не изменяются

Винтовое прессование: основная идея

Эквивалентная деформация порядка 2



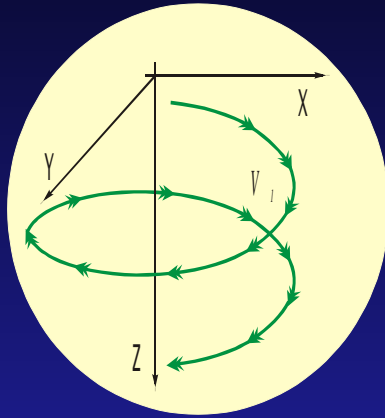
Винтовое прессование: основная идея

И так далее...

Так мы получаем
ультрамикрокристаллические материалы

Математическое моделирование Винтового Прессования

Расчет микропористости:



Интегрируем кинетическое уравнение вдоль линий тока материальных частиц

$$\frac{d\Theta}{d\gamma} = \alpha + 6a\eta\Theta$$

$$\eta = -\sqrt{3} \left(\frac{q+p}{\sigma_s} - \frac{z}{h} \frac{q}{\sigma_s} + \frac{2}{3} \right)$$

p – давление винтового прессования;
 q – противодействие

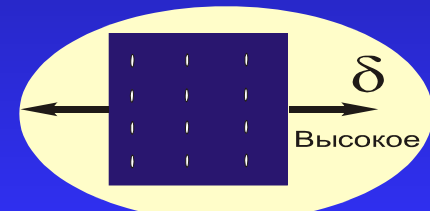
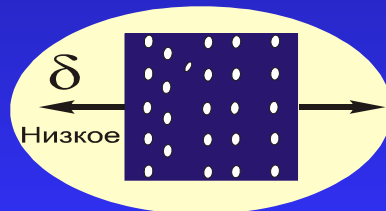
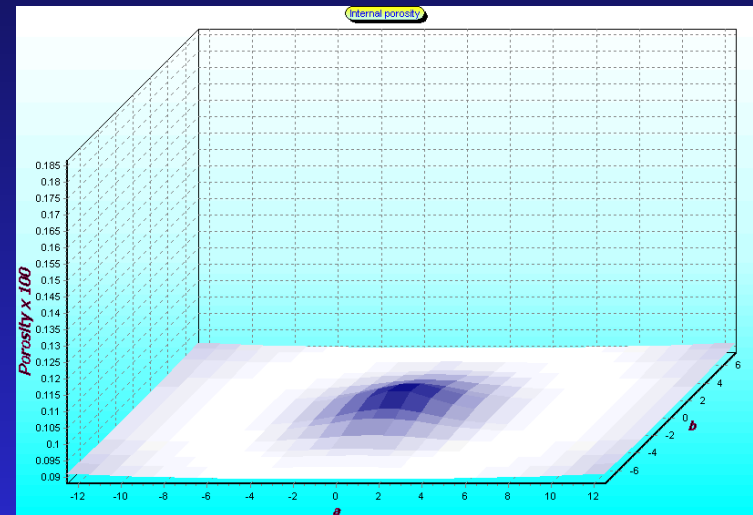
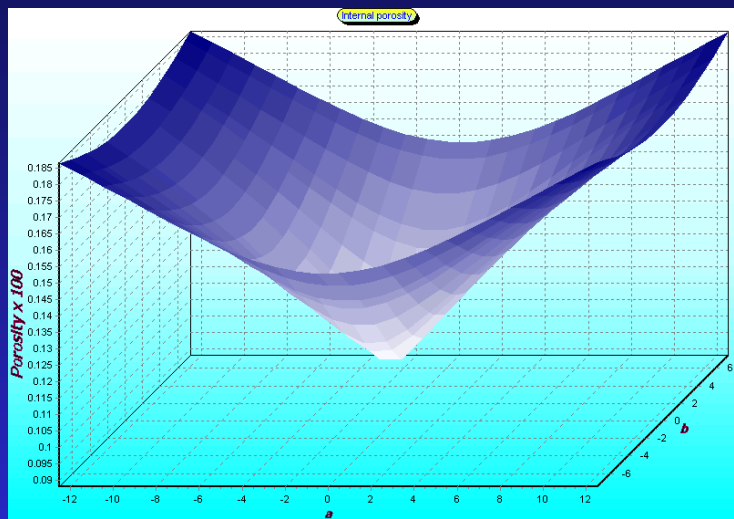
$$p = \frac{\text{мощность диссипации}}{V_0 ab}$$

Математическое моделирование Винтового Прессования

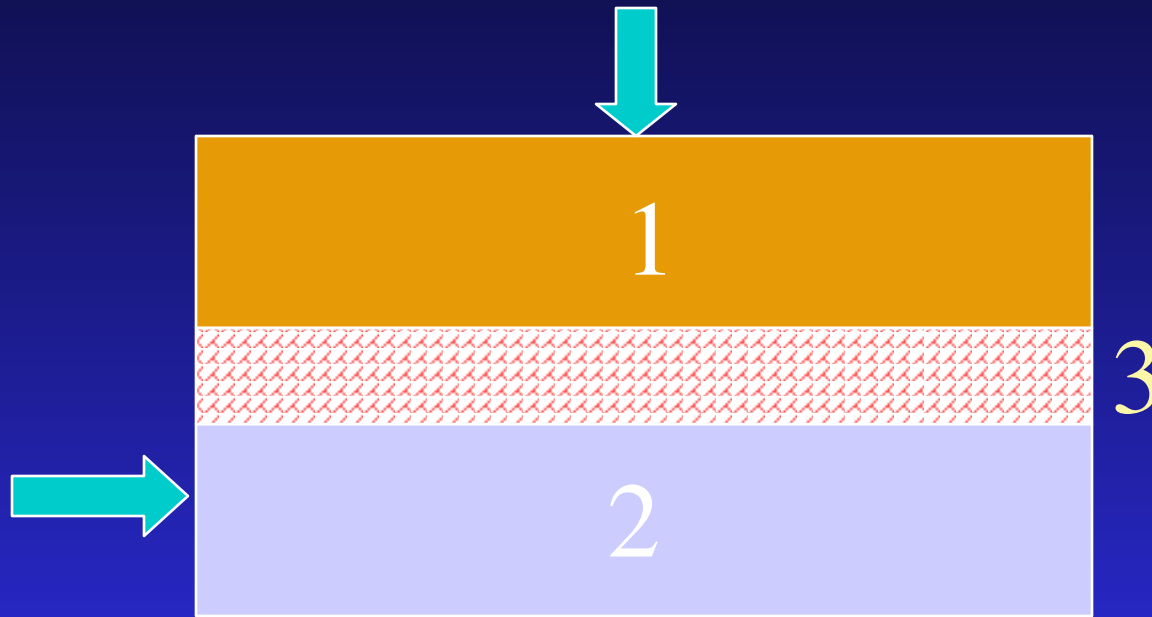
Распределение пористости по сечению:

Без противодействия ($P=0$)

С противодействием ($P=2\sigma_s$)

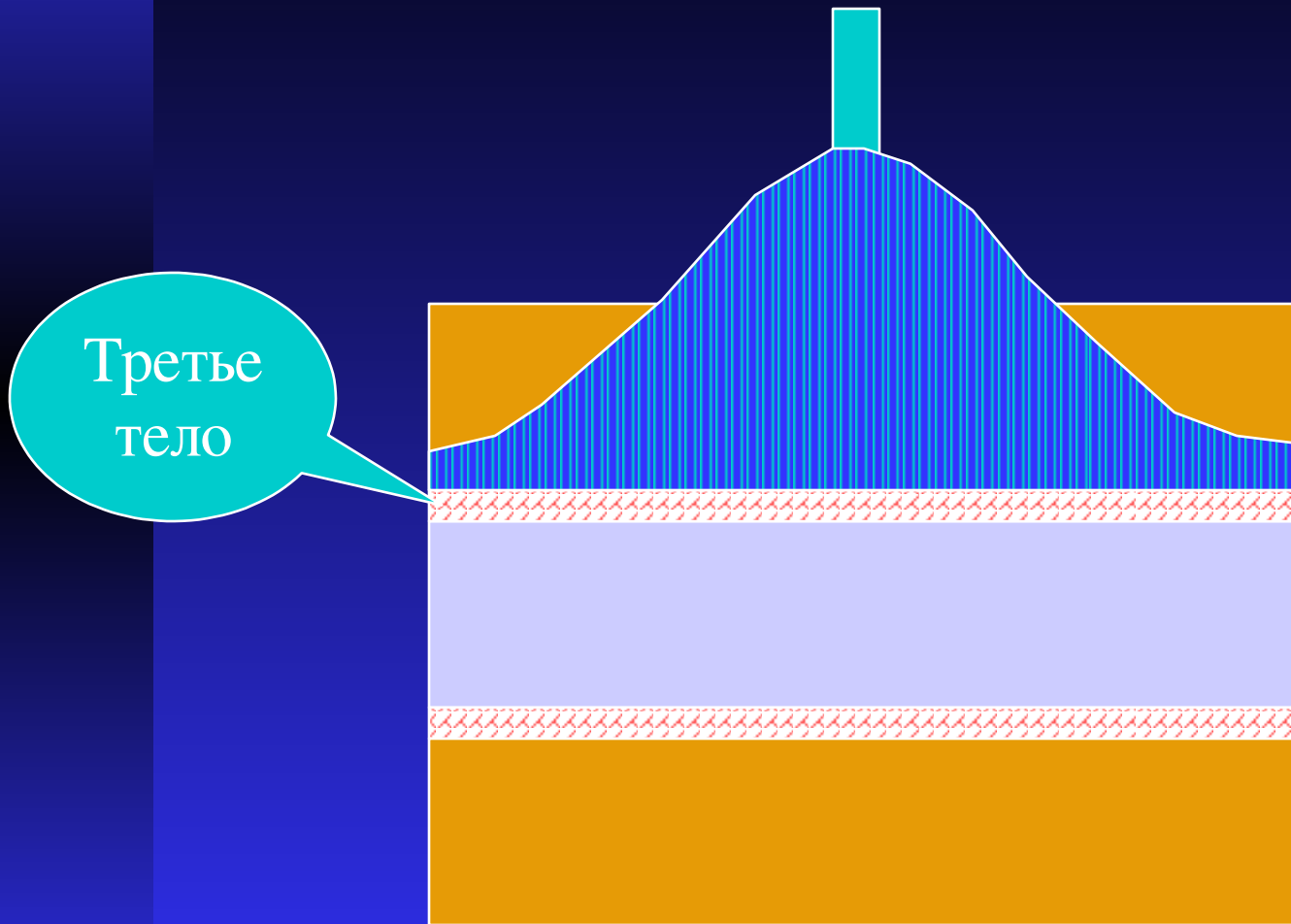


Пример 2: МОДЕЛЬ КОНТАКТНОГО трения при ОМД



$$\tau = kf(\theta), \quad \theta = g(p, s)$$

Осадка полосы



Третье
тело

Послы Микро- в Макро

- ❖ θ - представляет ансамбль микропор
- ❖ a -представляет форму пор
- ❖ α -представляет механизмы деформации



Ограничения модели

Нагрузки, близкие
к простым



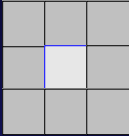


*Клеточная модель
поликристалла, толстая
поверхность текучести и
облако внутренних
напряжений: Попытка №2*

Цель-

сложное нагружение,
текстурообразование, фрагментация

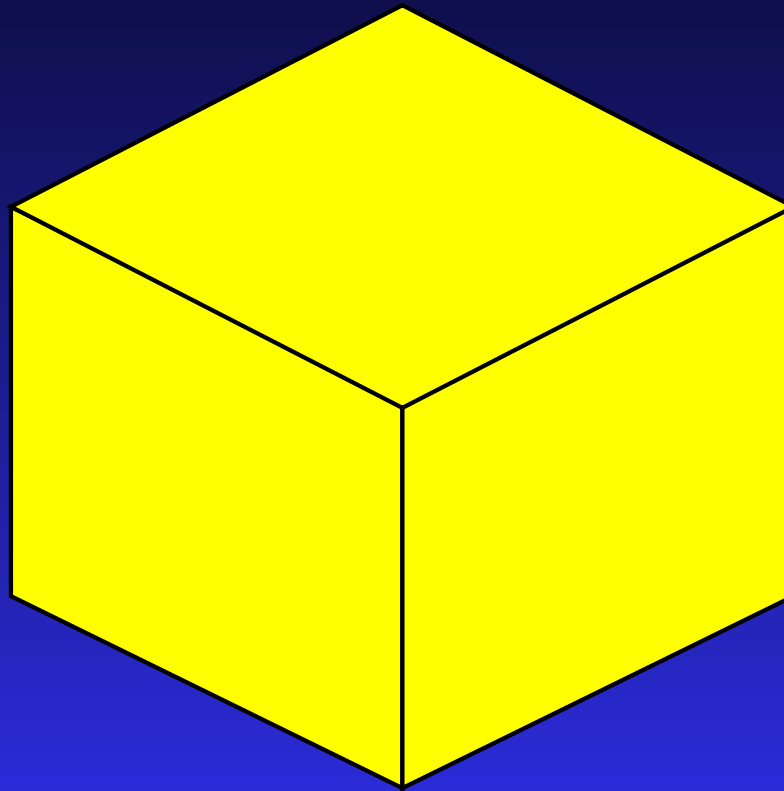
Основные идеи

Basis of the Cellular Model

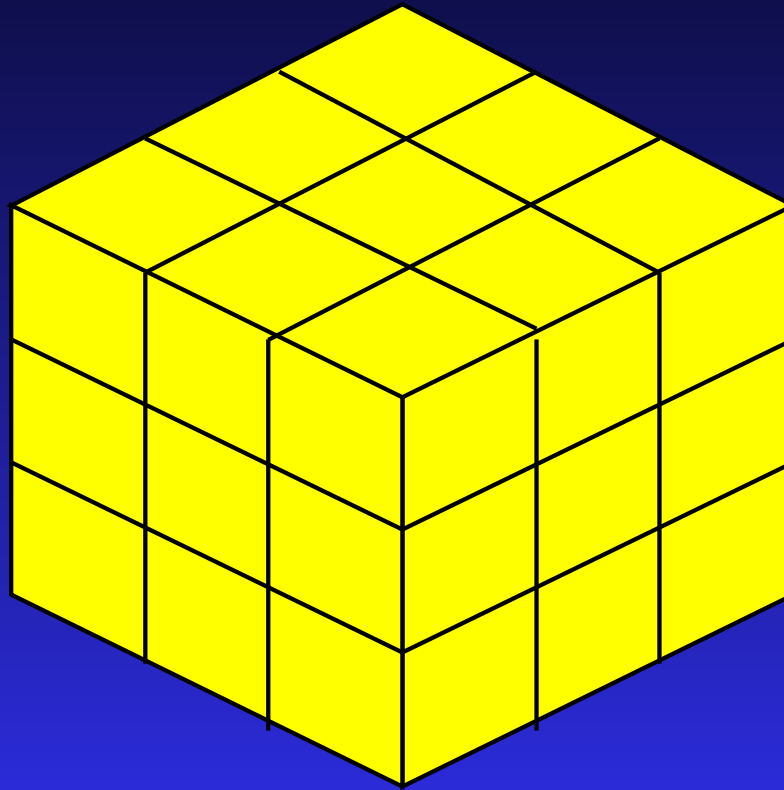
<p>Self-consistent field approach</p>	
<p>Cellular automata technique</p> <ul style="list-style-type: none">• Uniform grid represents the research area; its each cell contains certain information.• Time is advancing by discrete steps.• System laws are given by a set of rules, according to which any cell can determine its state at time $(t+1)$ based on its state and the state of its nearest neighbors at time t.	
<ul style="list-style-type: none">• We suggest to use a self-similar structure of cellular automata that allows to simulate the fractal nature of real materials.	

By means of numerical experiments, the cellular automata allow to study the macrobehaviour of the whole ensemble of cells in dependence on local microscopic laws that determine the evolution of each cell and its interaction with the closest neighbourhood.

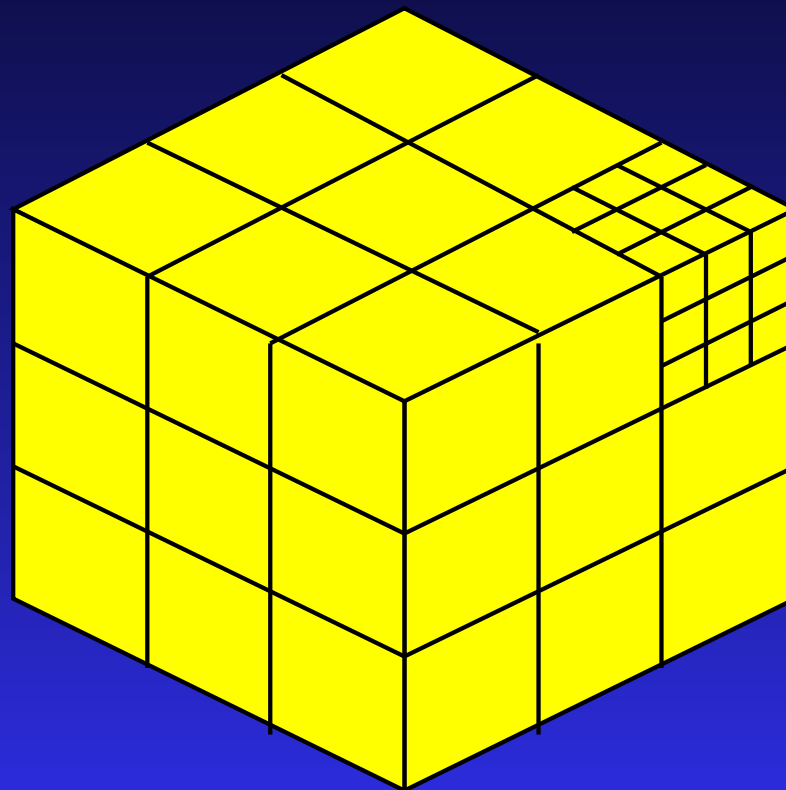
Представительный объем



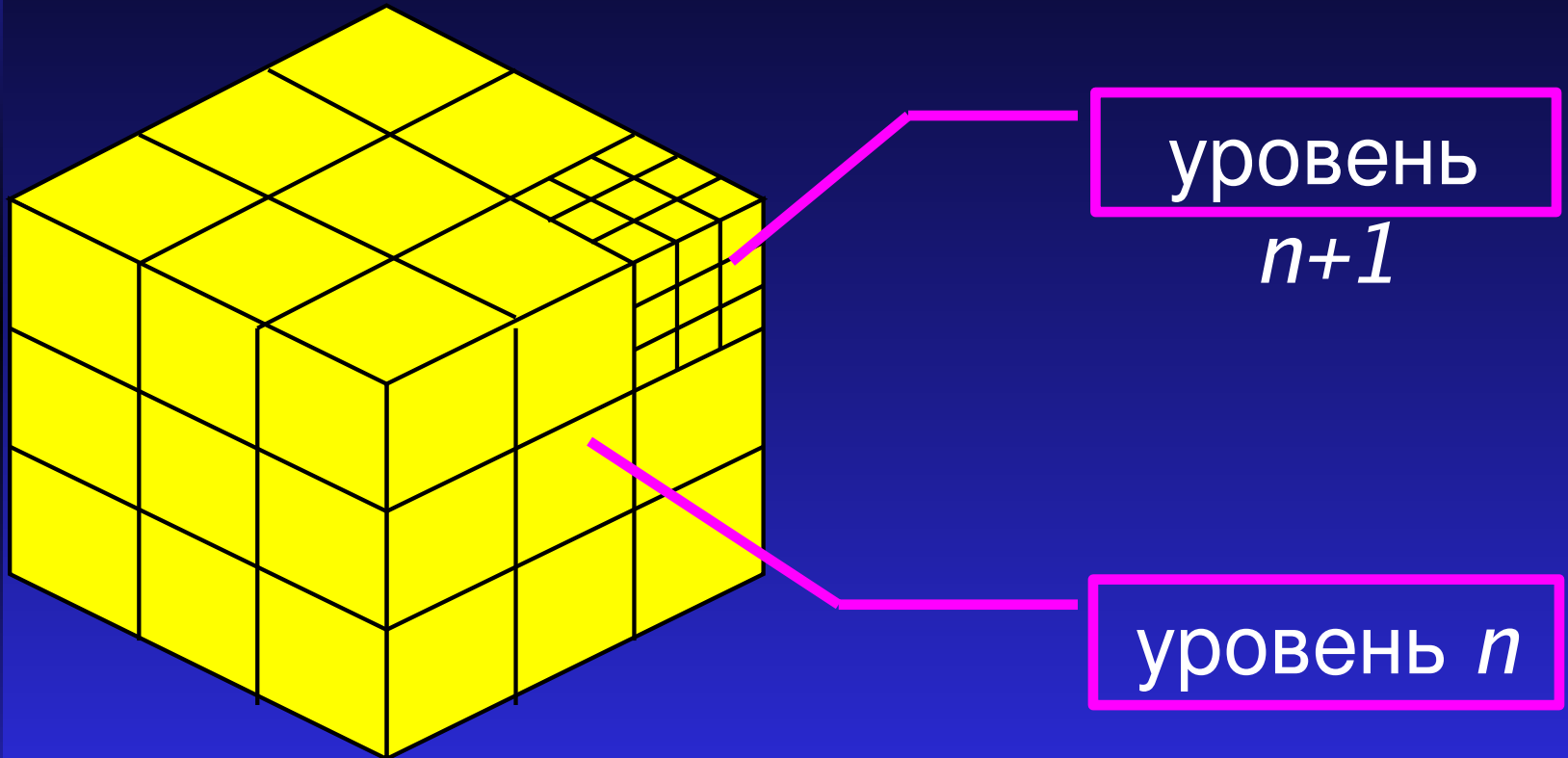
Представительный объем



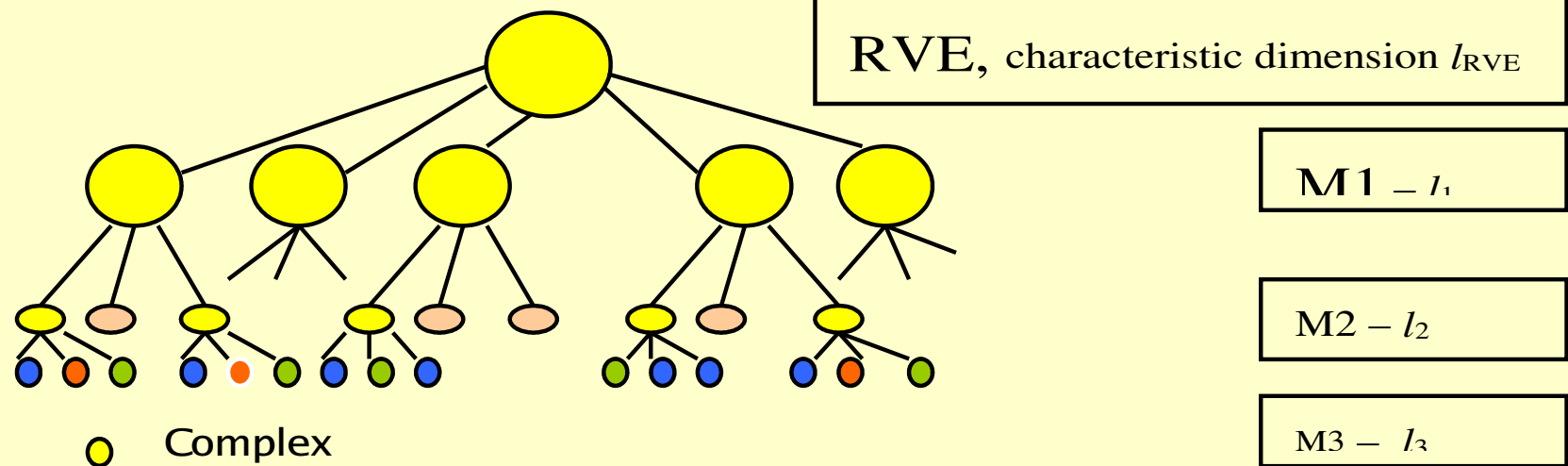
Представительный объем



Представительный объем



Структура представительного объема



● Complex

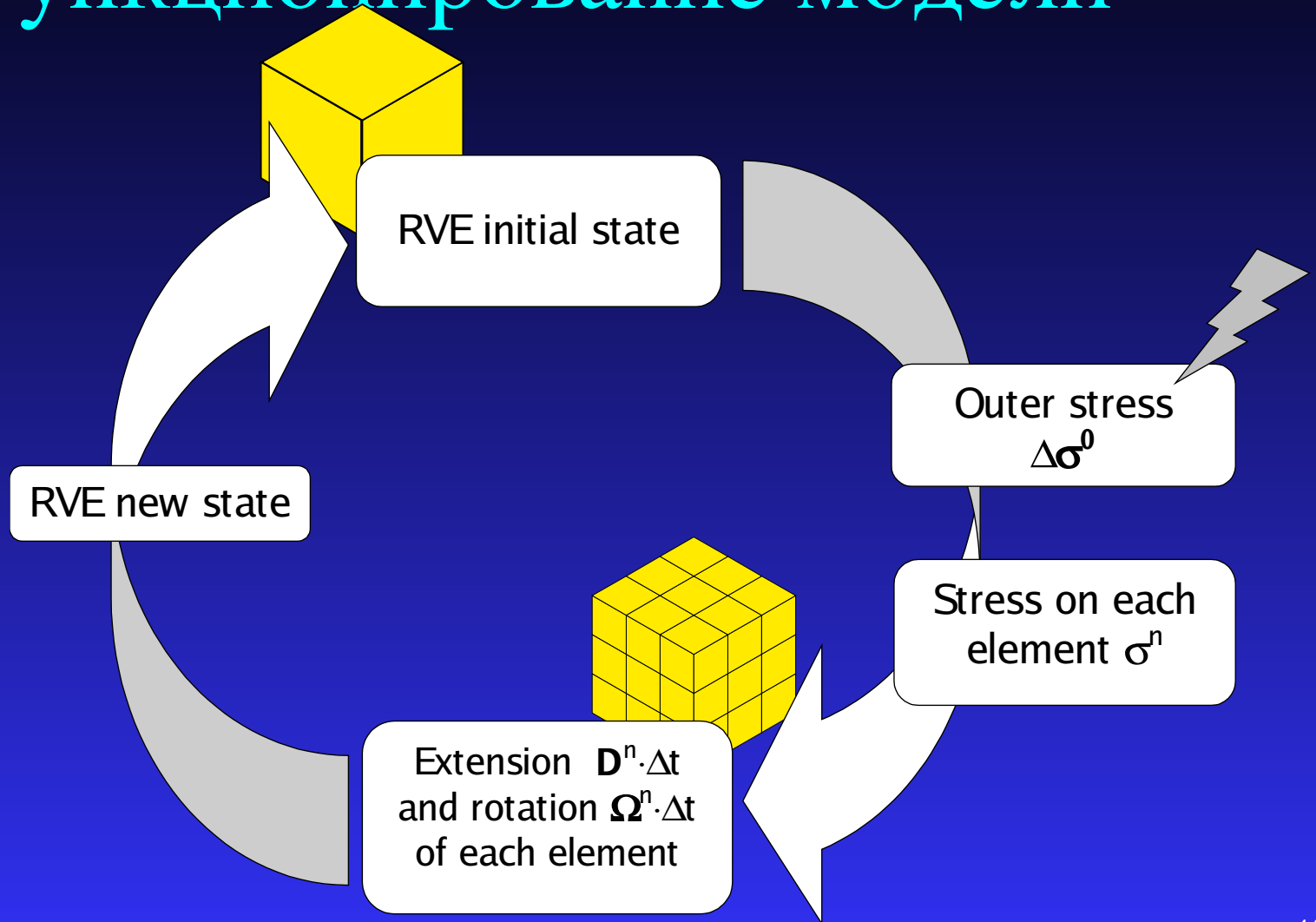
● Simple, sliding with the changing volume

○ Simple, isotropic, with the changing volume

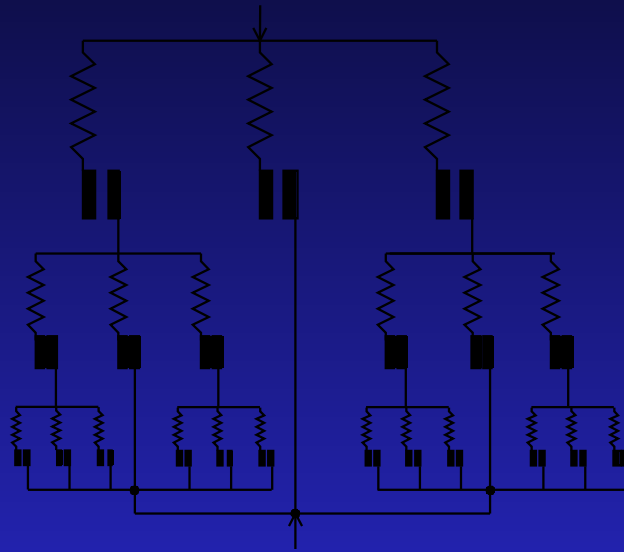
● Simple, twinning

● Simple, sliding

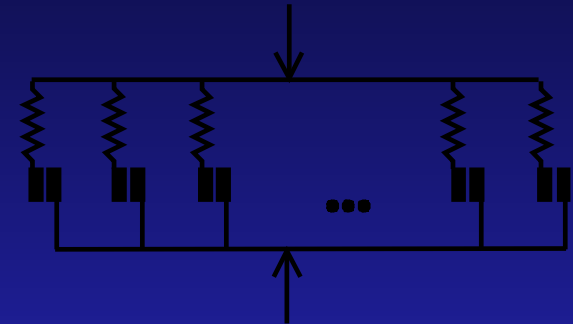
Функционирование модели



Реологические схемы



Клеточная модель



Классическая модель
самосогласованного
поля

Кинематика

$$\mathbf{L} = \mathbf{D} + \mathbf{\Omega} \quad (1)$$

where \mathbf{L} – velocity gradient; \mathbf{D} – symmetrical tensor of plastic extension velocities; $\mathbf{\Omega}$ – antisymmetrical tensor of rotation velocities.

$$\mathbf{\Omega} = \mathbf{\Omega}^p + \mathbf{\Omega}^* \quad (2)$$

$\mathbf{\Omega}^p$ – plastic glide component; $\mathbf{\Omega}^*$ – turns of crystalline lattice.

$$\mathbf{D} = \sum_{\alpha=1}^k \mathbf{P}^{(\alpha)} \dot{\gamma}^{(\alpha)} \quad \mathbf{\Omega}^p = \sum_{\alpha=1}^k \mathbf{W}^{(\alpha)} \dot{\gamma}^{(\alpha)} \quad (3)$$

$$\mathbf{P}^{(\alpha)} = \frac{1}{2} \left(\mathbf{s}^{(\alpha)} \mathbf{m}^{(\alpha)} + \mathbf{m}^{(\alpha)} \mathbf{s}^{(\alpha)} \right) \quad \mathbf{W}^{(\alpha)} = \frac{1}{2} \left(\mathbf{s}^{(\alpha)} \mathbf{m}^{(\alpha)} - \mathbf{m}^{(\alpha)} \mathbf{s}^{(\alpha)} \right) \quad (4)$$

$\mathbf{m}^{(\alpha)}$ and $\mathbf{s}^{(\alpha)}$ – singular vectors that are normal to the sliding plane and to the sliding direction correspondingly, in aggregate defining active sliding system α ; $\dot{\gamma}^{(\alpha)}$ – crystallographic slip rate.

$$\mathbf{D}^n = \frac{1}{27} \sum \mathbf{D}^{n+1} \quad \mathbf{\Omega}^{p,n} = \frac{1}{27} \sum \mathbf{\Omega}^{p,n+1} \quad (5)$$

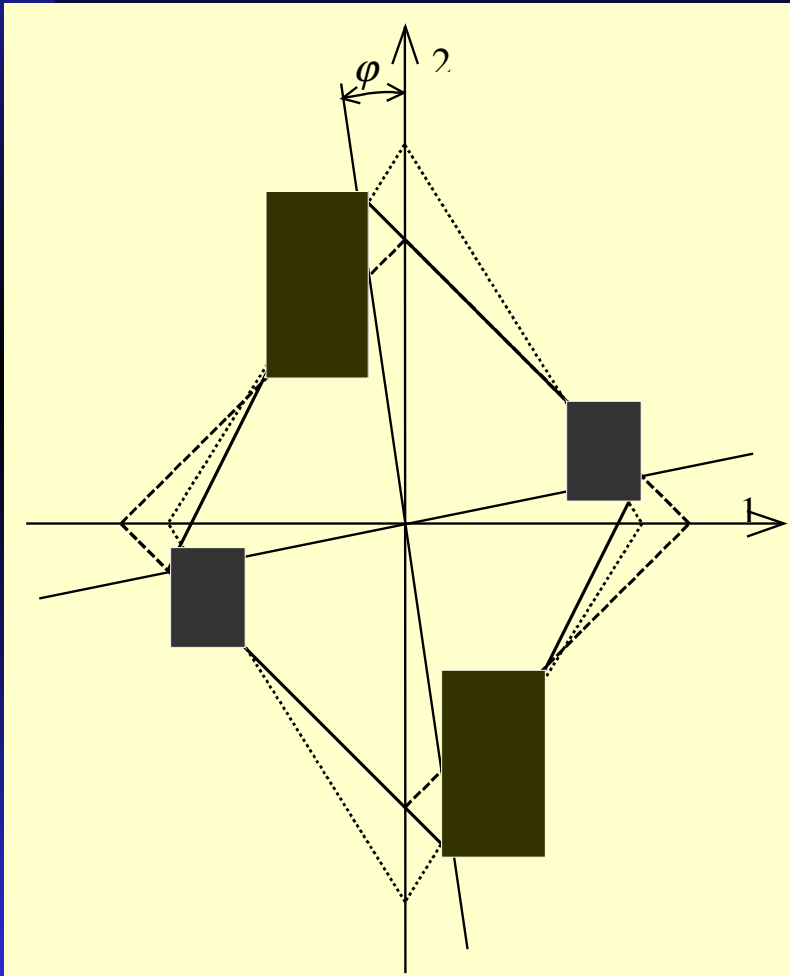
Напряжения

According to the relationships (3) and (5), in general case, each $(n+1)$ -level unit turns as the whole in relation to its parent n -level unit. It activates the reaction from the latter counteracting this turn, which quantitative measure is the force moment connected with the moment stresses. Last can be taken into account by the asymmetrical stress tensor Σ :

$$\Sigma = \sigma + \mathbf{r}, \quad (6)$$

where σ and \mathbf{r} are symmetrical and antisymmetrical parts of Σ , correspondingly.

Самосогласованное поле



$$\sigma^{n+1} - \sigma^n = \mathbf{M} : (\mathbf{D}^n - \mathbf{D}^{n+1}) \quad (7)$$

$$M_{ijklm} = M \delta_{ij} \delta_{klm}, \quad (8)$$

where $M = 2a\mu(1-b)$ – "effective" elastic modulus; μ – elastic shear modulus; $b = 2(4-5\nu)/15(1-\nu)$, ν – Poisson's ratio; a – "plastic accommodation function", a is varied from 0 to 1.

$$\Delta_{ij}^{n+1} = \frac{m}{|n-1|} \varepsilon_{ijk} \Delta_{k\varphi}^{n+1}, \quad (9)$$

where ε_{ijk} – Levi-Civita symbol.

Самосогласованное поле

$$\Delta \Phi^{n-1} = \Delta \Phi^{p,n-1} + \Delta \Phi^{*,n-1}, \quad (10)$$

$$\Delta \Phi^{p,n-1} = m(l^{n-1})^2 \Delta \Phi^{p,n-1}, \quad (11)$$

$$\Delta \Phi^{*,n-1} = m(l^{n-1})^2 \Delta \Phi^{*,n-1}. \quad (12)$$

$$\Delta \Phi_c^{p,n-1} = \epsilon \left(\Omega_{ijk}^{p,n-1} - \Omega_{kj}^{p,n} \right) \Delta, \quad (13)$$

$$\Delta \Phi_c^{*,n-1} = \begin{cases} 0, & \text{if } \kappa_i^{n-1} < \kappa_c \\ \Delta \Phi_c^{p,n-1}, & \text{if } \kappa_i^{n-1} \geq \kappa_c \end{cases} \quad (14)$$

where $\kappa_i^{n-1} = \frac{\mu_i^{n-1}}{(l^{n-1})^2}$;

κ_c is a material parameter with MPa m dimensionality.

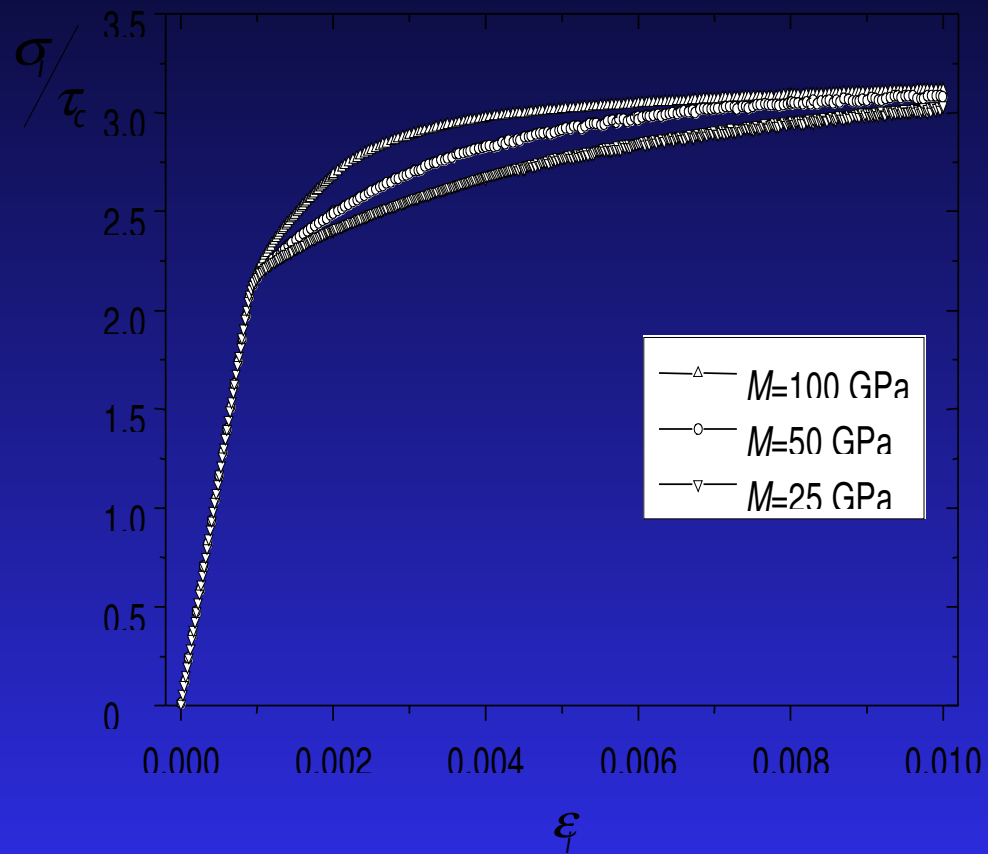
Определяющие соотношения для системы скольжения

Relationships connecting $\dot{\gamma}^\alpha$ with τ^α for various mechanisms that control movement of dislocations are given in a number of publications on plastic deformation physics. In particular, according to (Frost and Ashby 1982)

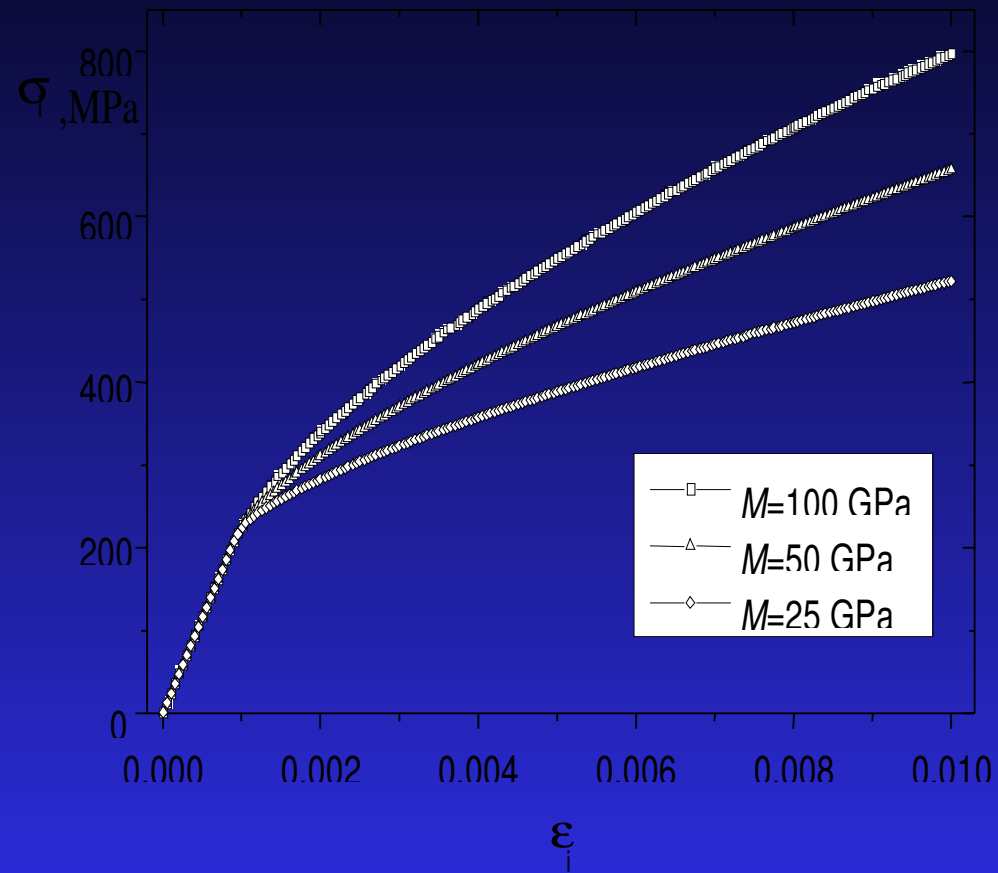
$$\dot{\gamma}^\alpha = \dot{\gamma}_0^\alpha \exp\left\{-\frac{\Delta F}{kT} \left[1 - \left(\frac{|\tau^\alpha|}{\tau_c^\alpha}\right)^p\right]^q\right\} \cdot \frac{\tau^\alpha}{\tau_c^\alpha}, \quad (15)$$

where ΔF – activation energy necessary to overcome obstacles in absence of external stresses; τ_c^α – critical tangential stress for a system α ; p and q – parameters dependent on the mechanism controlling dislocation glide ($0 \leq p \leq 1$, $1 \leq q \leq 2$); k – Boltzman constant; T – temperature; $\dot{\gamma}_0^\alpha$ – parameter describing a system α .

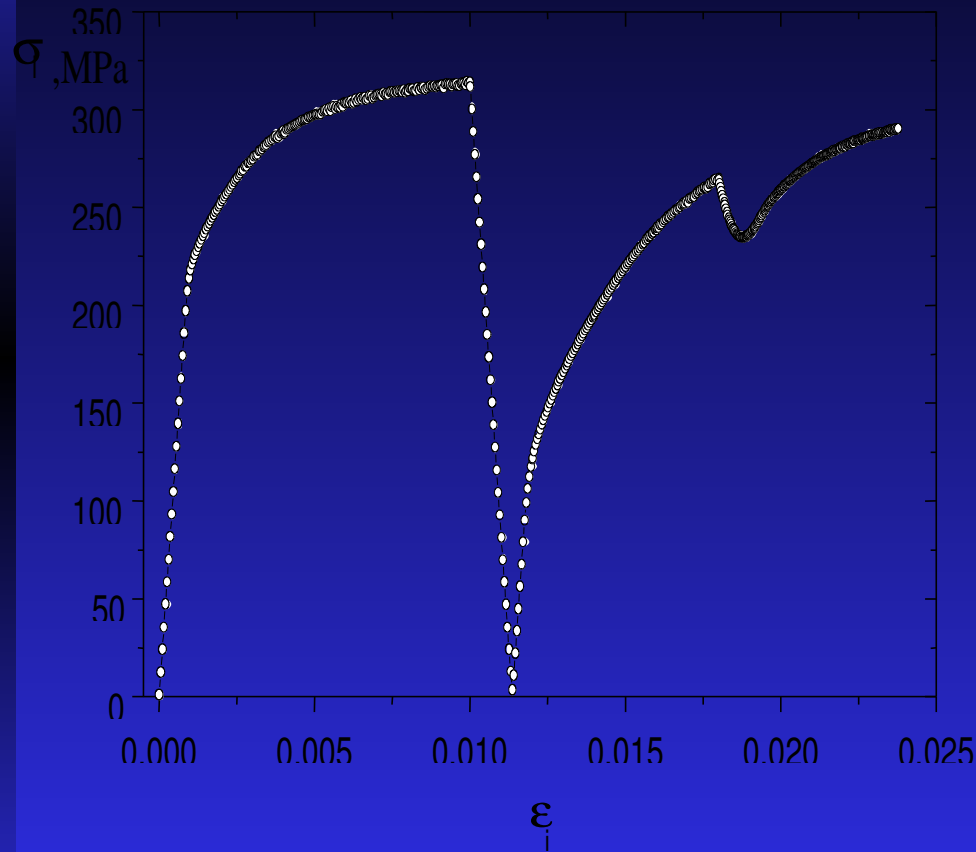
Кривые течения



Кривые течения

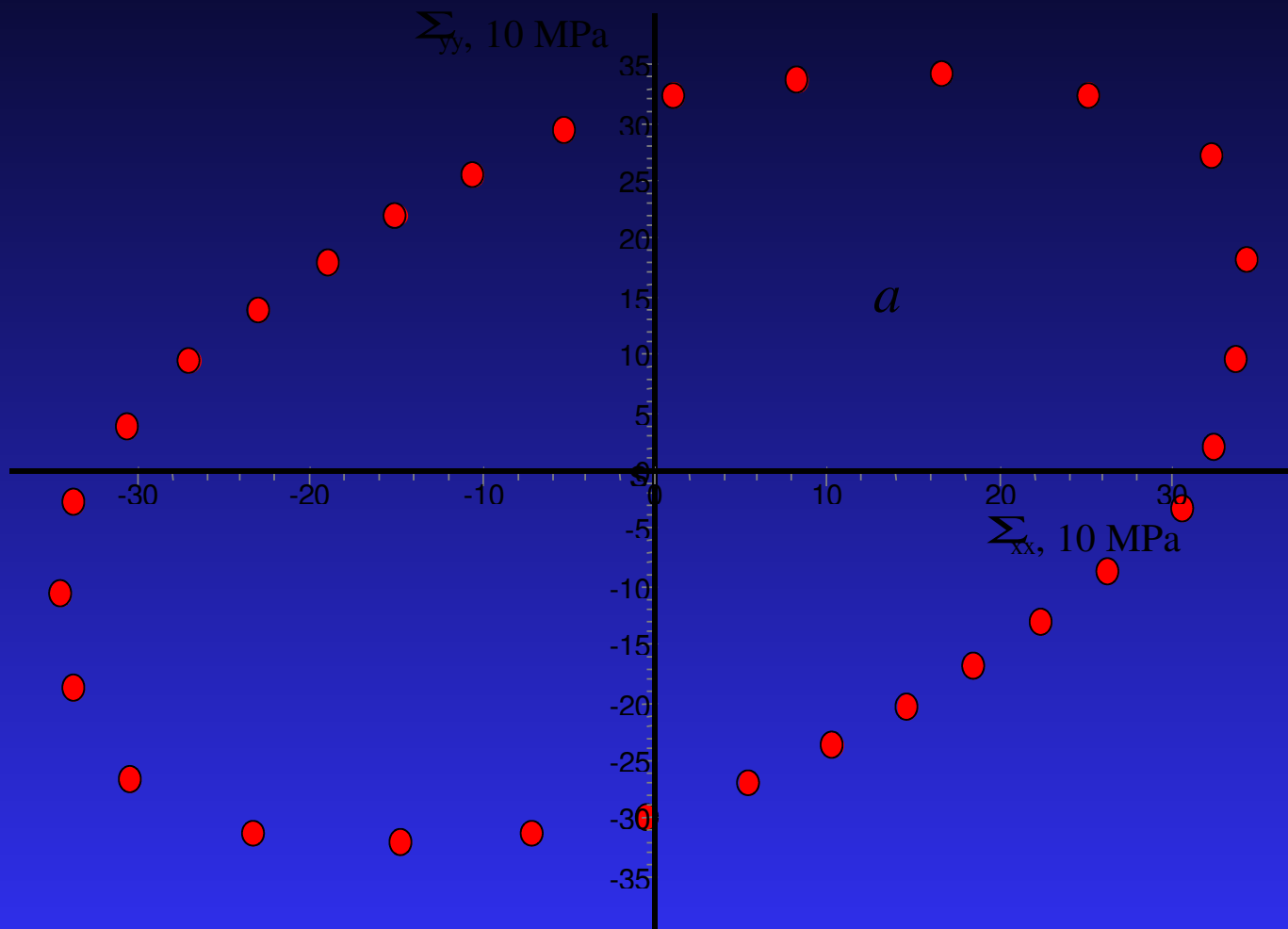


Кривые течения

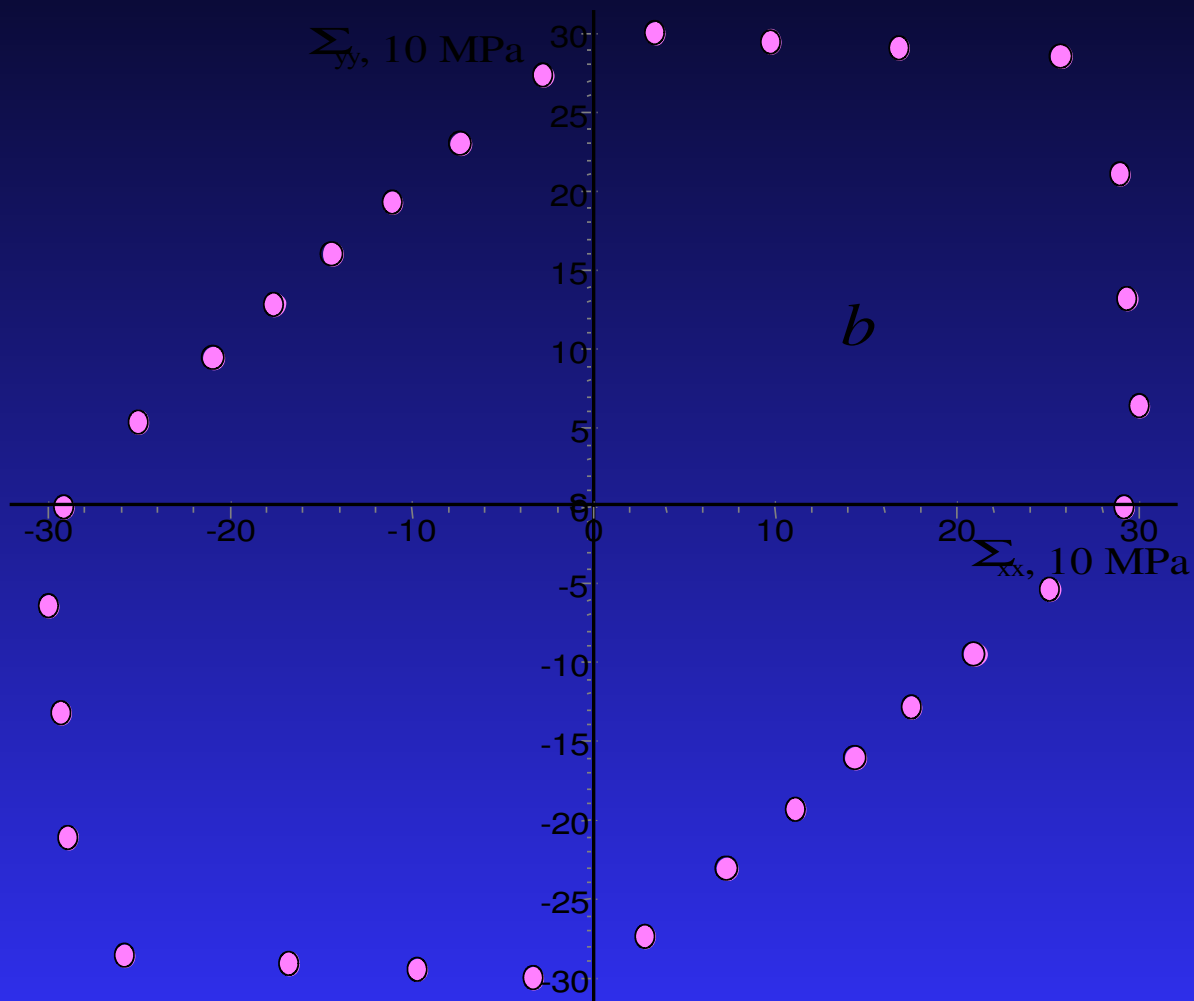


*Немонотонная
деформация,
Эффект
Баушингера*

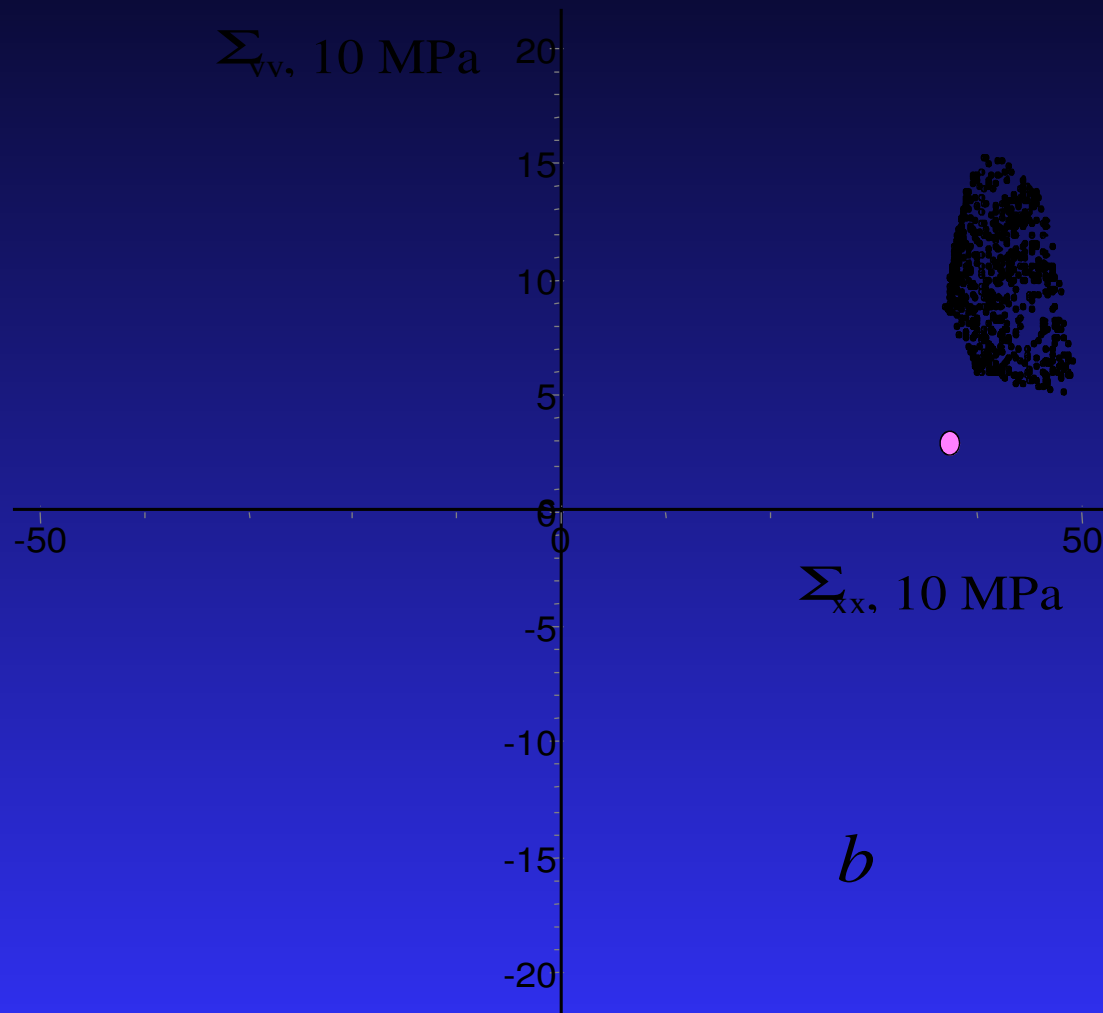
Поверхность текучести



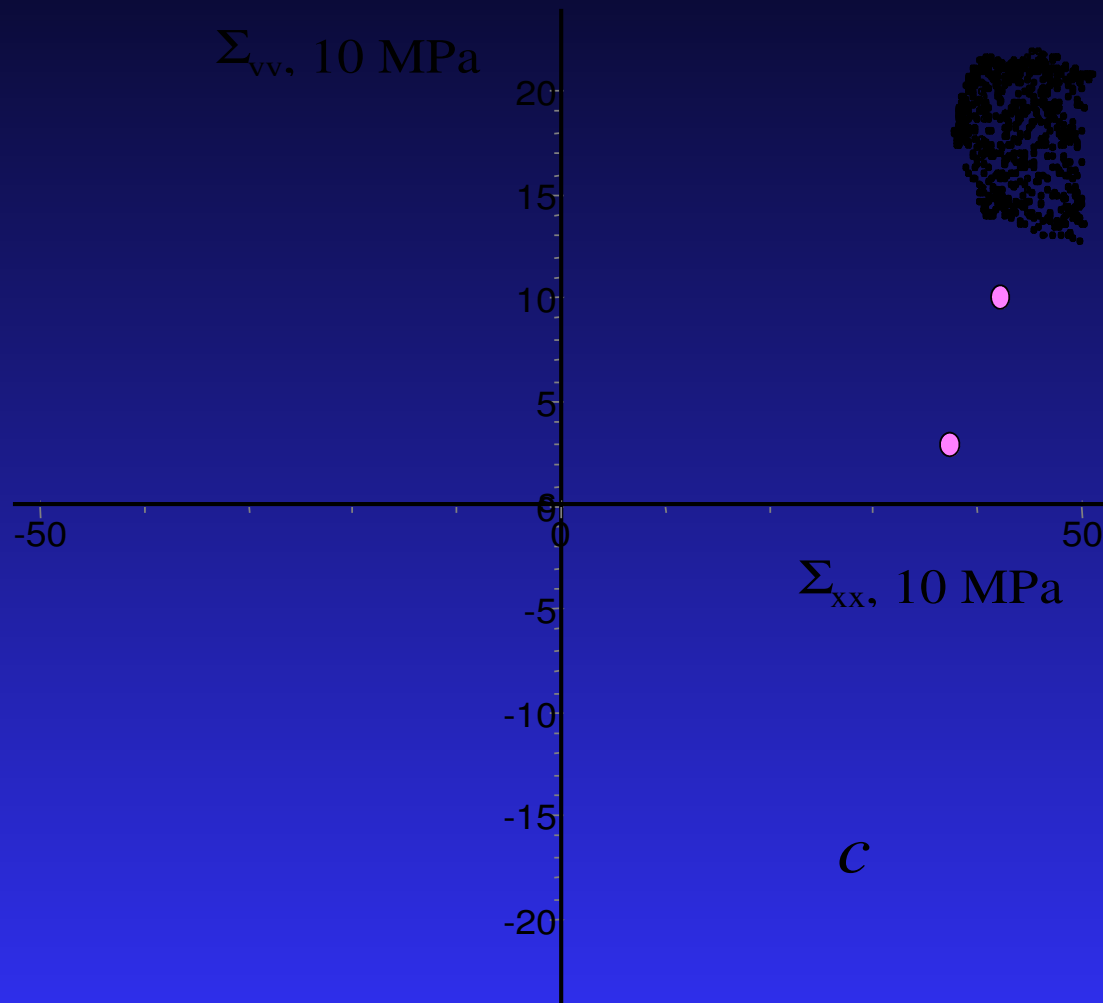
Поверхность текучести



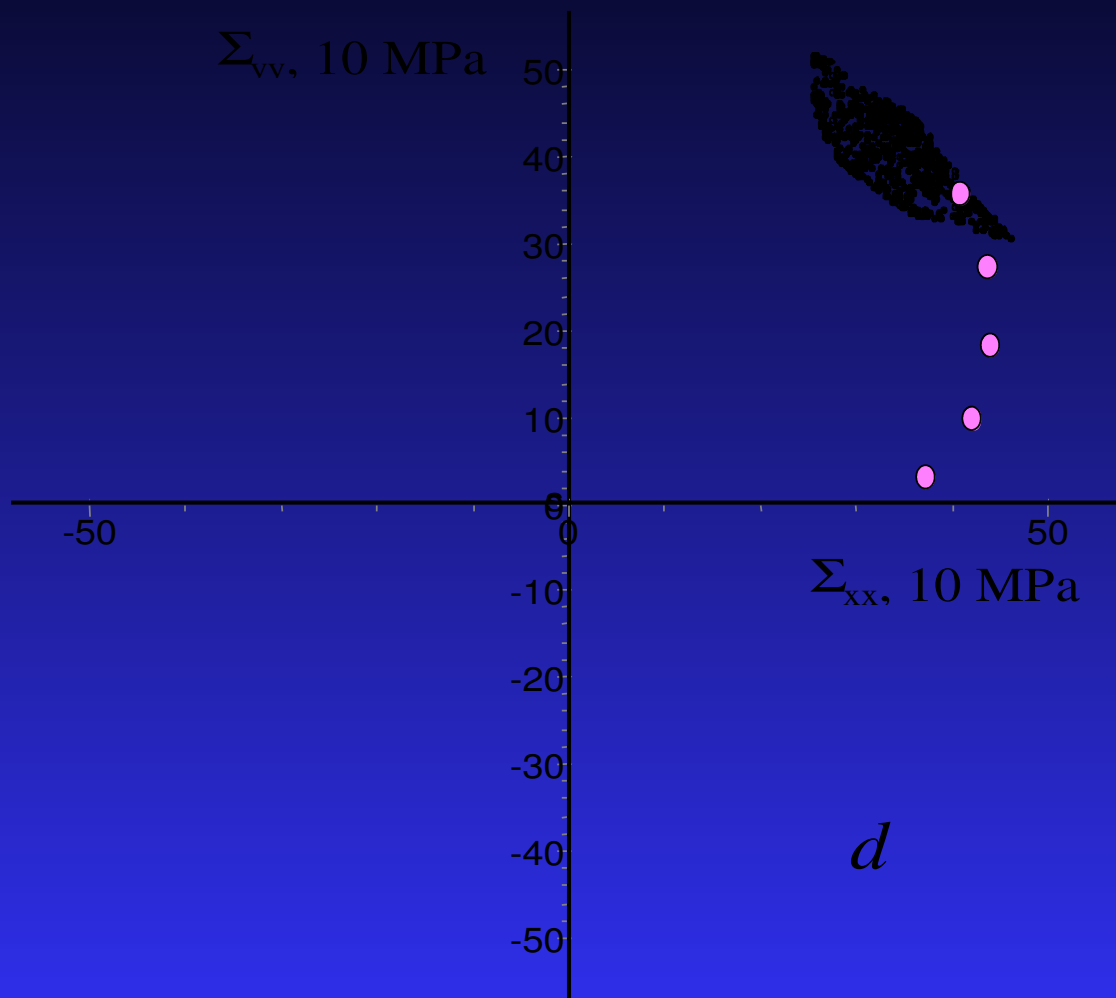
Облако внутренних напряжений



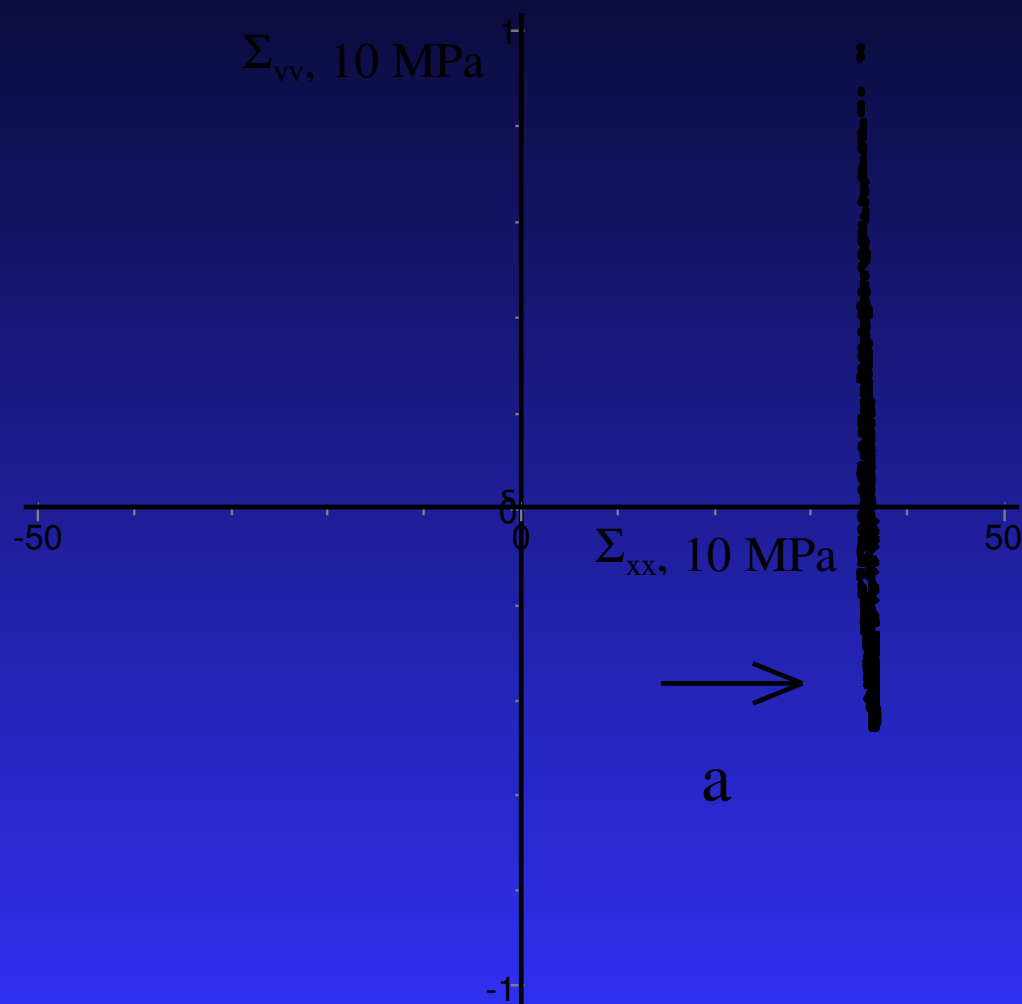
Облако внутренних напряжений



Облако внутренних напряжений

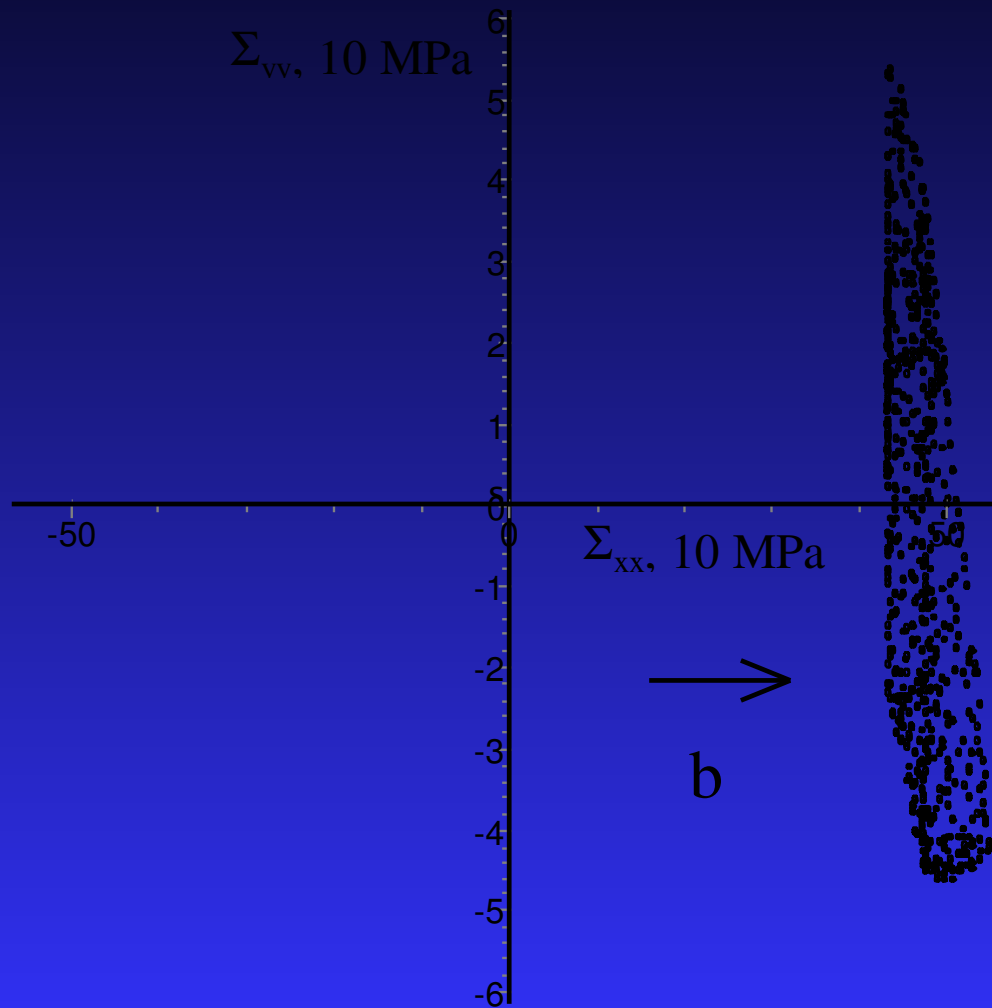


Эффект Баушингера



Нагружение

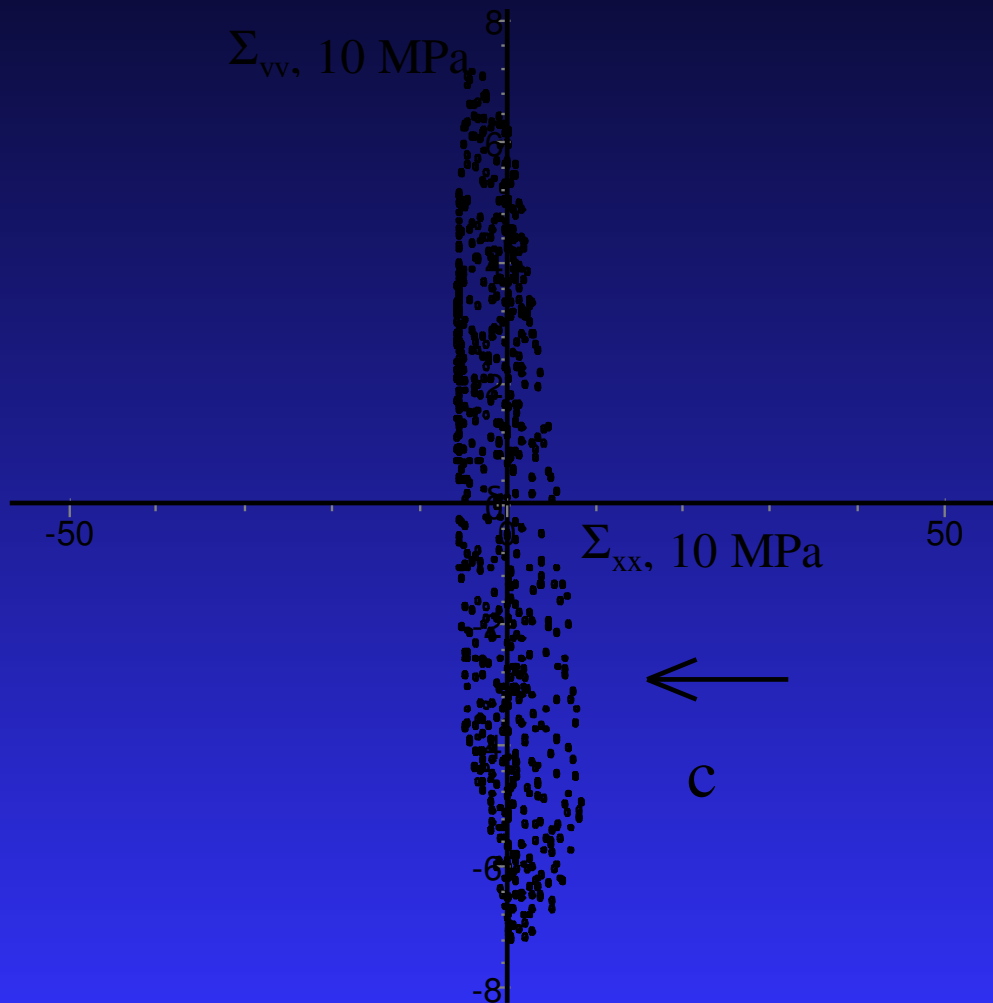
Эффект Баушингера



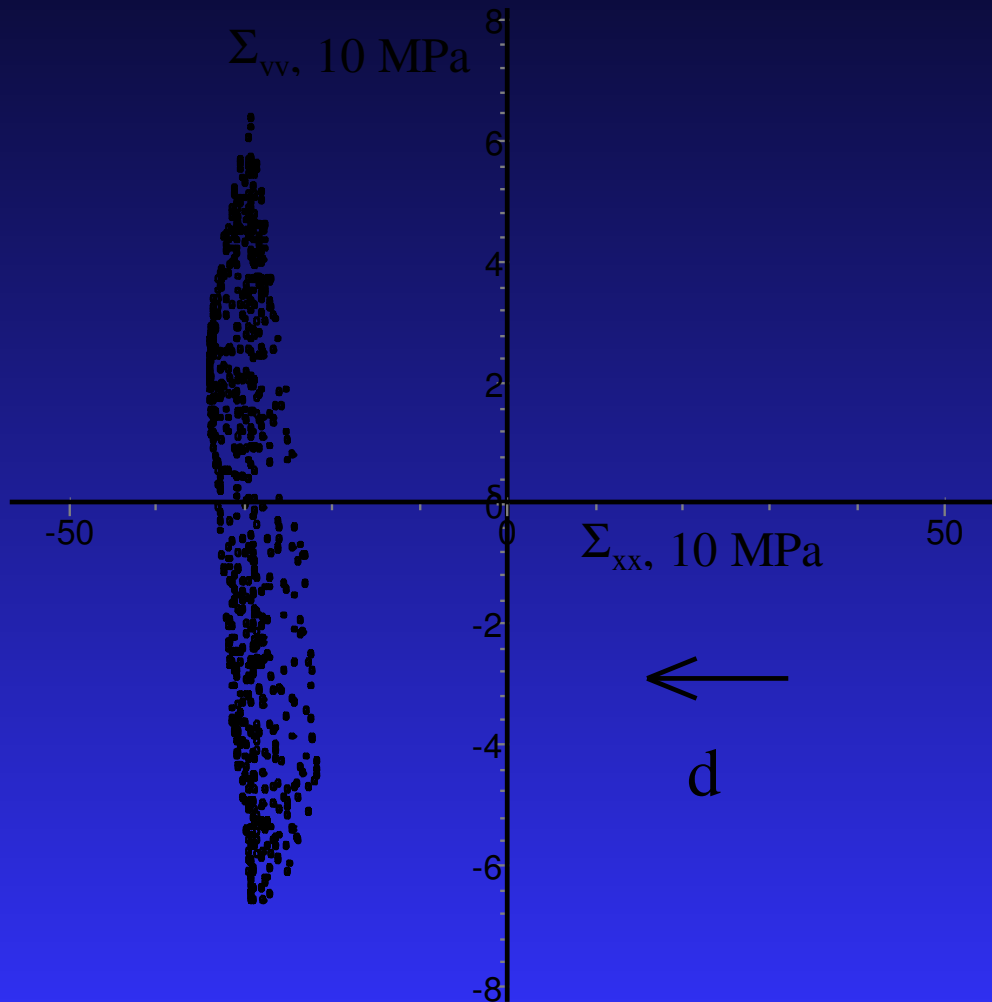
Нагружение

Эффект Баушингера

Разгрузка

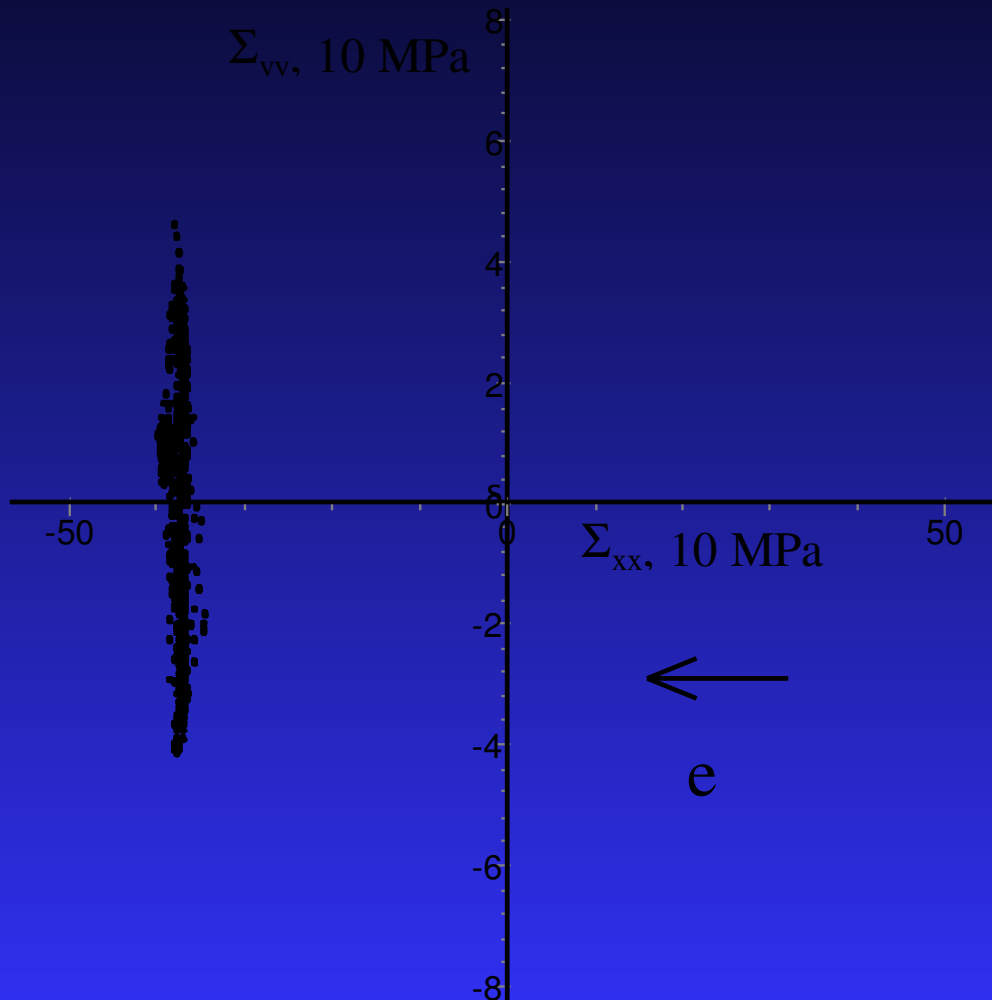


Эффект Баушингера



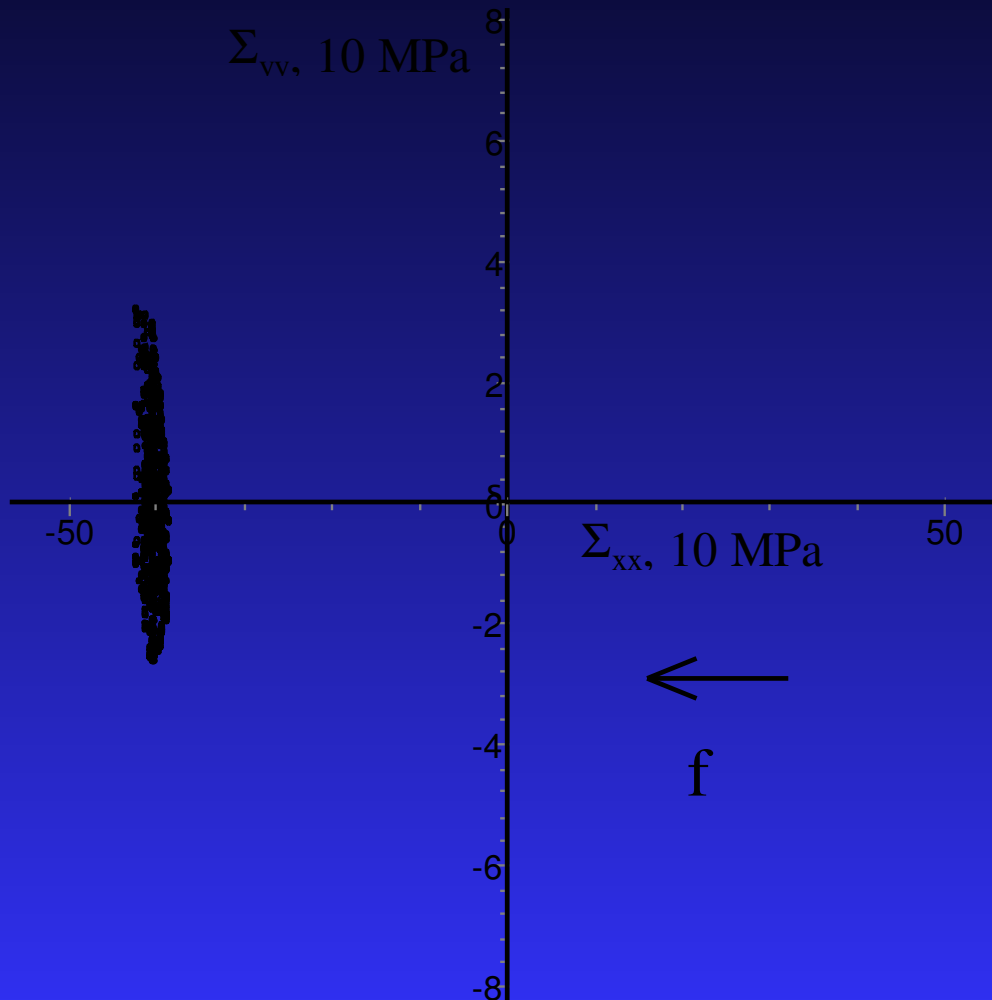
Нагружение в
обратном
направлении

Эффект Баушингера



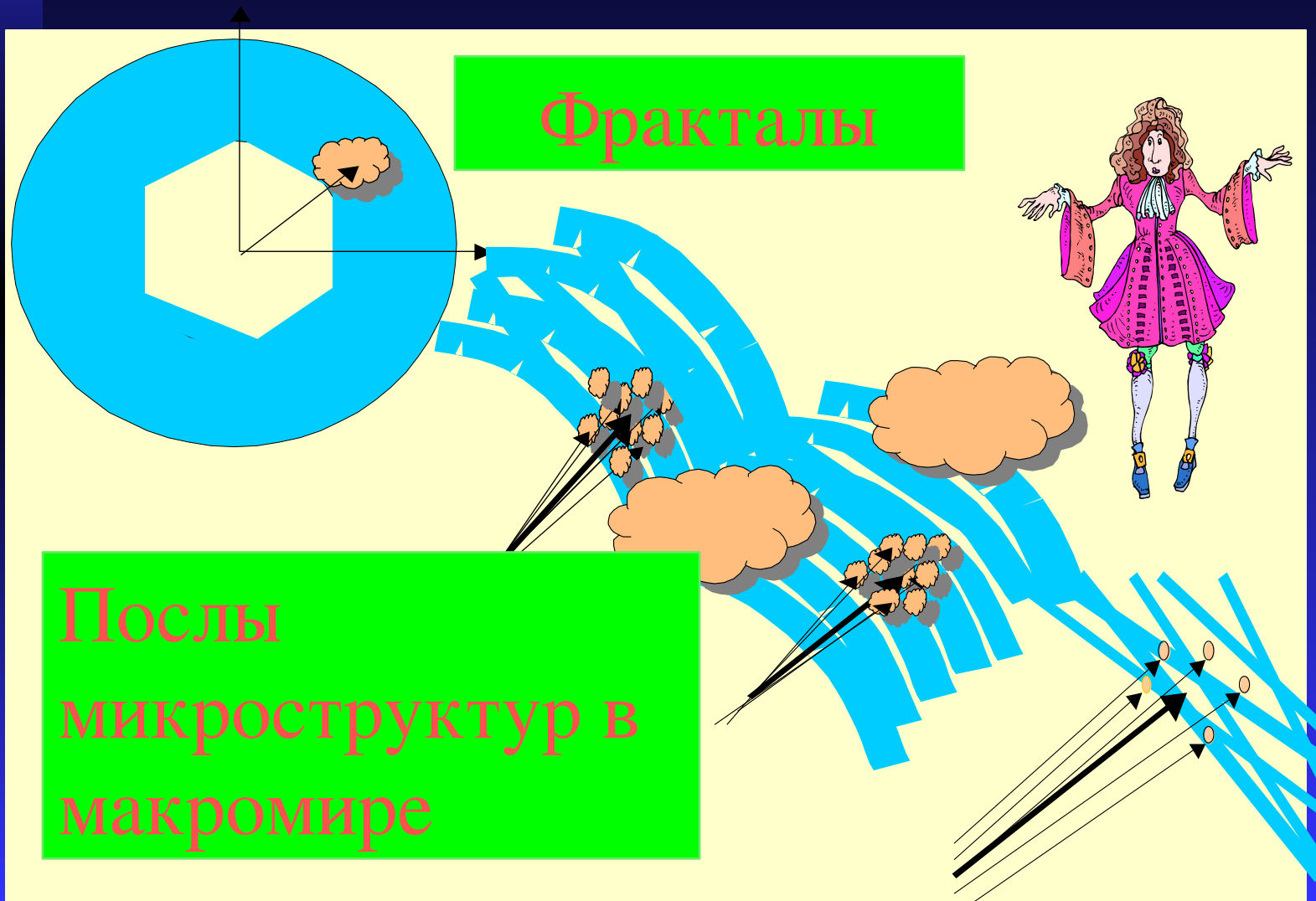
Нагружение в
обратном
направлении

Эффект Баушингера

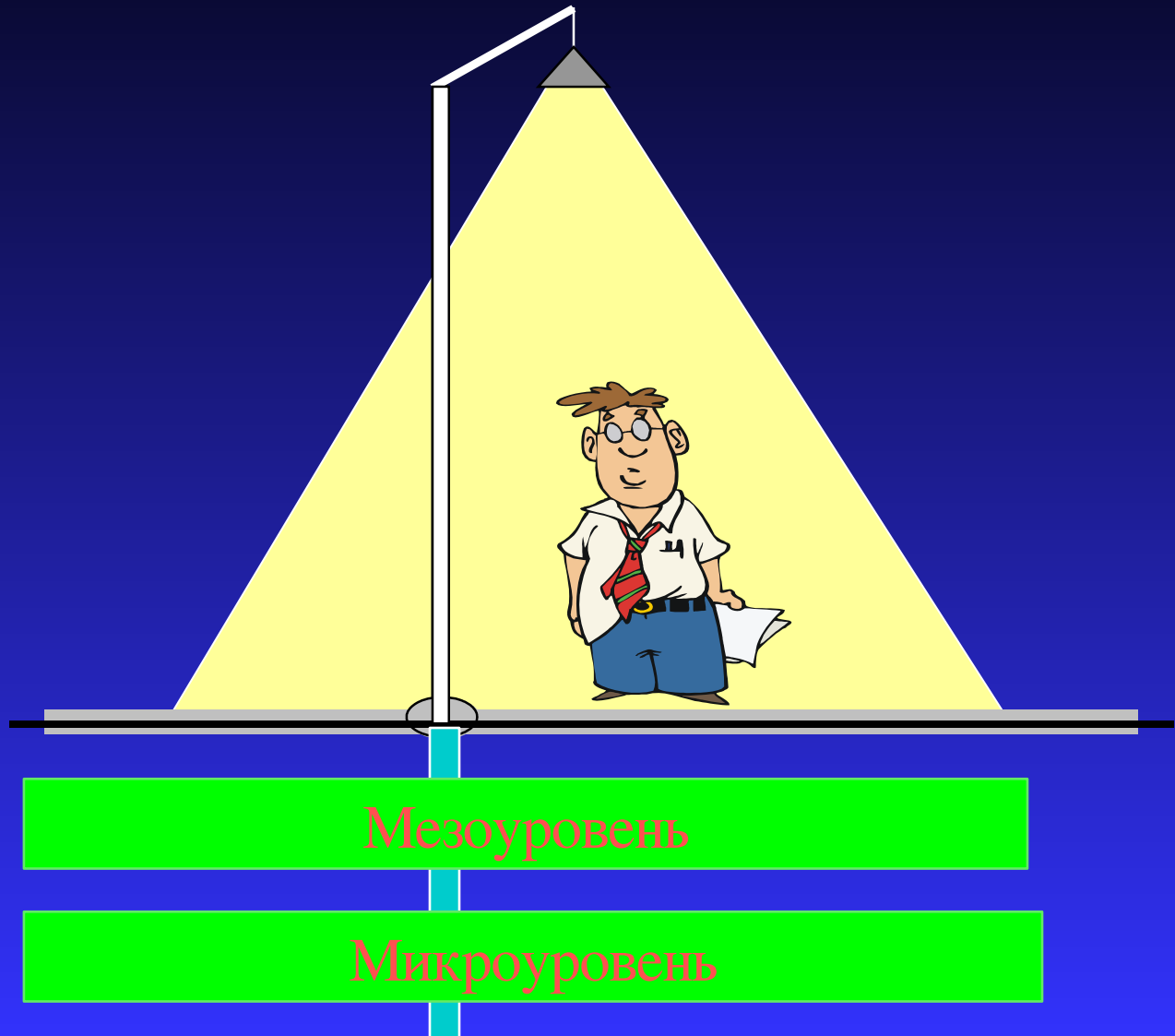


Нагружение в
обратном
направлении

Толстая поверхность текучести и облако внутренних напряжений



Аналогия



Многоуровневое моделирование

